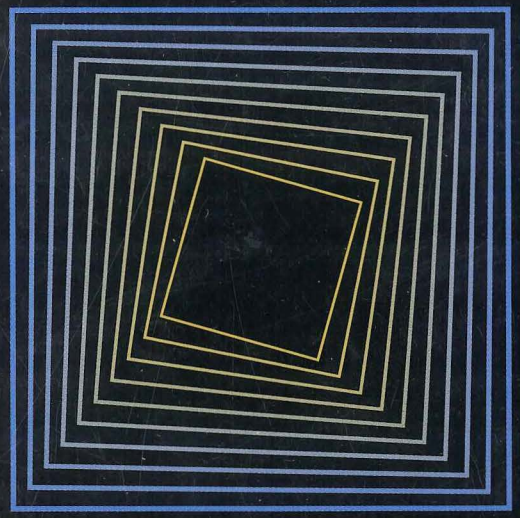
ПРИЛОЗИ ИСТОРИЈИ И ЕПИСТЕМОЛОГИЈИ НАУКЕ



уредници:
Бранко Драговић
Мирослав Ивановић

ПРИЛОЗИ ИСТОРИЈИ И ЕПИСТЕМОЛОГИЈИ НАУКЕ
Бранко Драговић
Мирослав Ивановић

ISBN 978-86-83287-46-8
9 788683 287468

ПРИЛОЗИ ИСТОРИЈИ И ЕПИСТЕМОЛОГИЈИ НАУКЕ

Институт за криминолошка и социолошка истраживања

Београд, 2010.

Уредници
Бранко Драговић
Мирослав Ивановић

Рецензенти
Проф др Радомир Ђорђевић
Проф др Слободан Нинковић

Издавач
Институт за криминолошка и
социолошка истраживања

За Издавача
Др Лепосава Крон

Лектор
Јелица Ђорђевић

Дизајн корица
Никола Мишић

Штампа
Пешић и синови

Тираж
500

Издавање ове монографије финансирало је Министарство
за науку и технолошки развој Србије

ПРИЛОЗИ ИСТОРИЈИ И ЕПИСТЕМОЛОГИЈИ НАУКЕ

Уредници
Бранко Драговић
Мирослав Ивановић

Београд, 2010.

Предговор

Пред читаоцем се налази зборник изабраних радова, које су њихови аутори припремили на основу предавања која су држали у оквиру семинара *Историја и епистемологија природних наука.* Овај семинар постоји већ око једне и по деценије и њиме руководи проф. др Петар Грујић. Предавања се одржавају у Институту за физику у Земуну. Током овог времена одржано је много интересантних и корисних предавања, често у виду циклуса посвећених некој конкретној историјско-епистемолошкој проблематици или научној личности.

Овај зборник је природан наставак ранијег зборника *Епистемолошки проблеми у науци,* који су приредили П. Грујић и М. Ивановић на основу претходних предавања на овом семинару. Тај зборник је штампан 2004. године. Већ дуже времена осећала се потреба да се публикује још једна књига изабраних радова, која су директно или индиректно везана за предавања овог семинара. Као резултат двогодишњег прикупљања материјала настао је овај зборник – *Прилози историји и епистемологији науке,* који би требао да ублажи недостатак литературе на нашем језику, као и да одслика стање истраживања код једног дела наших научника који су у већој или мањој мери активни у раду поменутог семинара.

Епистемологија је теорија сазнања које се још од Платона сматра оправданим истинитим веровањем. О разним аспектима епистемологије и њеног односа ка науци може се видети у уводном чланку Мирослава Ивановића "Епистемологија и наука" поменутог првог зборника. Епистемологија је у блиској вези са историјом науке. Отуда и назив семинара – *Историја и епистемологија природних наука.* Радови представљени у овој књизи односе се углавном на историју и епистемологију физичких и математичких наука.

Сасвим је природно да се свака област људске делатности брине о својој историји, као и претпоставкама своје делатности. Историја какву познајемо од Тукидида до данас обично се бавила великим друштвеним и политичким догађајима. Ако узмемо да је наука почела у ранијим цивилизацијама пре нешто више од два и

по миленијума, постоје све основе да се озбиљно истражује и историја науке, као и епистемологија која је с њом у тесној вези. Буран развој науке у последња два века истакао је науку у први план по значају међу људским делатностима. Један од разлога лежи свакако у чињеници да је наука *моћ*, што је већ филозоф Бекон снажно истакао. Осим своје инструменталне вредности, наука има и вредност *sui generis*. Та њена вредност је исказана пре свега тиме да је наука најистакнутији облик сазнања, сазнања које је контролисано и интерсубјективно. Историја и епистемологија науке су пре свега заинтересоване за овај аспект науке.

Прилози у овом зборнику су углавном поређани према историји проблематике коју представљају. Развој античке математике и њену везу са тадашњом физиком приказао је *Петар Грујић*. Скицирана је еволуција математичке мисли у хеленском свету, питање њене истинитости и повратно дејство физичког истраживања на развој математике. Аутор је потом показао да су нека античка решења релевантна и за савремену научну мисао када је реч о физици и математици. Управо ова релевантност и «незастаревање» неких решења даје пун нагласак значају историјско-епистемолошких истраживања. Ово ћемо видети у још неколико радова у овој књизи.

У раду *Зорана Стокића* разматран је улога реторике у формирању значаја који се приписује Галилеју. Мит о Галилеју као ономе који је дао строге научне доказе у кинематици и астрономији је оповргавало више историчара науке, а такву слику о њему заступа и наш аутор. Докази које је тобоже предочио Галилеј, нису били научно коректни у више наврата, а славу је стекао заслужујући пре свега својој вештој реторици.

Вељко Вујичић разматра појам и значај дејства у класичној механици, истичући Ојлерово поимање дејства силе. Да наука осамнаестог века, математика и аналитичка механика у овом случају, такође могу бити актуалне и данас показује аутор у свом раду, прецизирајући одређене појмове и дајући властито решење одређених проблема, у овом случају аутор уводи појам *противдејства* сила и реафирмише Ојлеров појам дејства сила, те такође његов принцип дејства свих сила.

Синиша Игњатовић даје историјски преглед описивања кретања планета Сунчевог система иницираних Тицијус-Бодеовим законом. Поред детаљног историјског прегледа различитих формулација и корекција овог закона, аутор је изложио и еволуцију ставова према њему, који се крећу од безрезервног прихватања до одбацивања. Показао је да је статус овог закона још увек неодређен. Ова разматрања имају велику, како историјску, тако и епистемолошку вредност јер су одлична илустрација класичних епистемолошких проблема који се тичу одговора на питања: шта је научни закон, који су критеријуми прихватљивости ових, те какво је место закона унутар шире научне теорије.

У раду "Вероватноћа у раној квантној физици", *Иван Аничин* разматра настанак појма квантне вероватноће анализирајући прве радове о пробабилистичком тумачењу радиоактивности. Разматран је рад Е. Фон Швајдлера и аутор је дошао до закључка да су његове идеје готово занемарљиво утицале на развој физике тог времена. Премда је Швајдлер први наслутио вероватносни карактер субмикроскопских појава, није добио место у главном току физичке мисли. С епистемолошке тачке гледишта увек можемо поставити питање шта би се десило, и којим путем би кренуо развој физике да су ове идеје задобиле већу познатост у датом тренутку. Класичан пример заборављеног открића су, на пример, Менделови закони наслеђивања. Премда не можемо категорички одговорити на контрачињеничке исказе, овакви примери нам увелико расветљавају природу научног подухвата.

Под насловом "Милева Марић-Ајнштајн", *Љиљана Добросављевић-Грујић* приказала је страдалачки породични живот Милеве Марић и однос Алберта Ајнштајна према њој. Дат је један могући одговор на допринос Марићеве у развоју Ајнштајнових раних радова укључујући специјалну теорију релативности. Ово је иначе тема неколиких радова и књига које су се последњих деценија бавиле овим питањем. Овај рад добро илуструје чињеницу да је наука сложен феномен који осим чисто сазнајне компоненте има и социјалну и психолошку.

Светозар Синђелић, у свом раду, разматра кантовски обрт у савременој филозофији науке. Савремена филозофија науке је под утицајем бурног развоја физике, теорије релативитета и квантне физике у првом реду, добила изазов да одговори на нова питања и ревидира традиционално гледиште на науку као једноличан, кумулативни процес стицања сазнања. Аутор заступа гледиште да је дошло до обрта који се може назвати кантовским

зато што се дошло до резултата који потврђују велики утицај категоријалног апарата на формирање наших теорија о свету.

Стојан Обрадовић дискутује узајамни однос теорије и експеримента у физичким наукама. Експеримент у физици задобија своје данашње место тек са Галилејем и Њутном. Премда на први поглед експеримент као такав јесте део физичке теорије, испоставља се да је то сложен проблем по себи, а тек са модерном науком је експеримент доведен до високих стандарда и формулисана су методолошка правила која *stricto sensu* нису део теорије. Физички експеримент има свој развој и своју теорију, а у конкретном случају се прилагођава датој експерименталној ситуацији. Посебно место имају и случајни експерименти. Овај рад на најбољи начин показује везу науке, епистемологије и филозофије, као и историје науке.

Рад *Александра Липковског* посвећен је образовној парадигми у математици. Промене при увођењу природних бројева су настале развојем теорије скупова и математичке логике. Ово је створило јаз између историјско-генетског и аксиоматско-скуповног приступа појму броја. Аутор се супротставља тенденцијама интелектуалног осиромашења садржаја математике диктираних прагматичким разлозима и залаже се за рано увођење доказа у аритметици, већ у основној школи. Аутор сматра да ово има и шири друштвени значај јер помаже формирању критичке, недогматске личности.

Александар Бакша и Владимир Драговић су свој рад посветили животу и делу Леонарда Ојлера. Будући да је Ојлер један од најпродуктивнијих научника свих времена било је могуће само у ограниченом обиму изнети неке од његових најзначајнијих доприноса. Но и из овако ограничеченог приступа може се стећи утисак о величини Ојлеровог генија, а на примерима Ојлеровог стваралаштва може се видети веза између теоријске и примењене науке, што је још једна велика тема за историју и епистемологију науке.

Овај кратки преглед основних идеја које су предмет размишљања и проучавања наших аутора даје јасну слику о карактеру ове књиге. Није на одмет још једанпут нагласити интелектуални значај оваквих књига јер оне показују стварну мотивацију великих генија прошлости, дају истанчанију слику о великом подухвату човечанства који се зове наука. Тим пре овај

значај вреди нагласити у времену прагматизма јер, као што се види са страница ове књиге, стваралаштво и креативност су често били потпуно одвојени од корисности. С друге стране и практични аспекти су стимулисали и руководили многа научна достигнућа. Очиглено да је принцип грчке етике, мера *(metron),* и овде пригодан и да је упутно њиме се користити када генерално оцењујемо вредност и каректер науке. Овај зборник прилога историји и епистемологији физичко-математичких наука намењен је свима који се интересују историјским и филозофским развојем научне мисли, као и животом њених твораца.

На крају желимо да се захвалимо свима који су допринели појави овог зборника, а пре свега Петру Грујићу који је активно учествовао у свим фазама реализације овог подухвата, те ауторима који су уложили драгоцено време и труд да своја предавања напишу у погодној форми. Захвални смо такође и Министарству за науку и технолошки развој које је финансијском подршком омогућило штампање овог дела.

Уредници:

Бранко Драговић
Мирослав Ивановић

АНТИЧКА МАТЕМАТИКА И ФИЗИЧКА РЕАЛНОСТ

Петар Грујић

Апстракт: *Математика је одувек имала специјалан статус међу егзактним наукама. Антички свет познавао је и решавао оба аспекта проблема математике као такве: онтолошки и методолошки. У овом приказу скицираћемо еволуцију математичке мисли у Старој Хелади у контексту истинитости математичког увида у материјалну стварност, као и повратно дејство физичког истраживања на развитак математике у Антици. Биће, најзад, назначена релевантност неких античких решења за савремену физико-теоријску мисао.*

1. Увод

Садржај нашег излагања биће ужи него што би се по наслову могло закључити – ми ћемо се готово искључиво бавити односом математике и физике у античкој Хелади. Разлог за то, поред ограниченог времена, јесте и специфични положај који класична (у ширем смислу) Грчка заузима у историји културе: хеленски геније апсорбовао је све значајне културне вредности околних, по правилу много старијих цивилизација, дајући им при томе свој аутохтони, аутентични печат.[1*] У извесном смислу све што је пре Талеса у Медитеранско-Месопотамском басену било на интелектуалном плану створено, прошло је кроз хеленско "сито", да би се касније развејало по Европи, а преко ње постало затим окосница светске цивилизације. Исто тако, овај "ефекат пешчаника" може се, *mutatis mutandis* констатовати и када се разматра културно наслеђе предкласичне и класичне епохе у односу на касно-антички, а посебно средњевековни период: највећи део предаристотеловске, у сваком случају пресократовске оставштине, прошао је кроз фактографско и интерпретаторско "решето" великог Стагиранина. Ово треба имати у виду када се говори о еволуцији појединих философско-научних схватања античке Грчке. Та чињеница имала

---

* Бројеви у тексту упућују на литературу наведену на крају рада.

је велику улогу, како у позитивном, тако и у негативном смислу, када се ради о нашем знању и интерпретацији предаристотеловске (па и потоње) науке.

Историја науке почиње са Старом Грчком. Не само да су се у њој први пут појавила имена философа-научника, већ се на тлу Хеладе управо родила наука у строгом смислу.[1] Предхеленска научна знања била су, чак и унутар једне уже дисциплине, више скуп појединачних, често сјајних, интелектуалних достигнућа, него део неког кохерентног система, који уочене партикуларне истине повезује у ширу логичко-методолошку целину. Та наука била је емпиријска, у најбољем случају индуктивна. Хеленски дух унео је у научну мисао два битна елемента: проблем реалности бића (онтолошки аспект) и захтев за демонстрирање истинитости и тврђења (доказ), свођењем појединачног на опште (дедуктивни аспект). Овим се знању даје нова димензија, која омогућава конституисање науке као такве, са својом универзалном методологијом. За грчког математичара није више било довољно да је нешто истинито у смислу *евидентно*, он је морао да демонстрира *зашто* је то тако. Ова експликативна компонента науке, у првом реду математике као парадигме "чисте науке", представљаће отада камен међаш између ње и религије, па и философије.

Изузетан положај који је математика имала у скупу "егзактних знања" огледа се још у једној интересантној чињеници (свакако не случајно) – постоје значајне индиције да је у преисторијском периоду постојао центар из којег су се проширила знања из математике по читавом евроазијском континенту ("индуктивним", односно "конвективним" путем).[2] Изгледа тако да је постојао још један "историјски пешчаник", чије је "грло" било ситуирано негде у средњем Подунављу. Материјални остаци неолитске провенијенције у Европи у сваком случају указују на висок ниво математичког умећа, нарочито када се ради о геометријским конструкцијама.[2] На преисторијску улогу математичких знања указују и неке митолошке слике, које су се, попут оне популарне приче о Питагорином печеном волу, задржале у хеленској традицији.

Насупрот математици, наше знање о схватању "природе ствари", односно физичкој реалности, старих народа, више је него оскудно. Све до првих Питагориних покушаја "математизације" материјалног света тешко се и може говорити о физици као таквој. У следећем поглављу размотрићемо какве су корелације замишљане између математичких релација и физичких појава до (закључно) хеленистичке епохе, да бисмо у трећем поглављу анализирали ренесансу Питагорејизма у (пост)хеленистичком периоду и његово сагледавање субординарног положаја света физике наспрам математичког увиду у "суштину ствари". Најзад, у последњем поглављу дискутоваћемо неке актуелне аспекте односа математике и физике у светлости античких решења.

2. Хеленска математика и физика

Иако би се нит која потцртава тему овог Симпозијума (а која би се могла назвати и "О природи математике") могла пратити уназад све до Талеса, који је поред тога што је био зачетник Јонске (монистичке) школе "физичара" био и математичар, био је то Питагора са којим је прво аутентично апстрактно размишљање о природи ствари "с оне стране осетилног" почело у Хелади. Речима Аристотела (*Метафизика*) "[они] примењују чудније принципе и елементе него физичари, из разлога што их узимају од неосетилних ствари". Поред тога што је први термин у σοφια дао онтолошки статус, прогенитор Италијанске школе учинио је први озбиљни покушај да математици прибави важност која је трансцедирала с једне стране њен "магијски карактер", а с друге помоћну (употребну) улогу. Централне питагорејске доктрине биле су дихотомија *Границе* и *Неограниченог* и идентификација ствари са *Бројем*.[3]

"Изгледа да нема разлога сумњати да је сам Питагора открио – вероватно мерећи одговарајуће дужине на монокорду – да се главни музички интервали могу изразити као прости нумерички односи између прва четири природна броја. Ово музичко откриће природно објашњава најкарактеристичније Питагорејске доктрине. Ако музичка скала зависи просто од наметања одређених пропорција неограниченом континууму звука између ниског и високог, зар не би могао исти принцип, Ограничено и Безгранично, бити основа целог космоса? Ако су сами бројеви у стању да објасне "консонанце", не би ли могло и све остало да се изрази као број или пропорција?".

Нема сумње да је за ране Питагорејце онтолошки статус *броја* (αριθμος) био *рационалистички*, како ми и данас схватамо математику. Са оваквим схватањем тежиште се померило са "суш-

тине ствари" на њихов међусобни однос. Опчињеност Питагорејаца бројем резултирала је у схватању да се све "научно" (επιστημοωικα) у суштини своди на математику (μαθηματα). Сами следбеници Питагорини били су дељени на обичне слушаоце (акусматици) и "посвећене" (математици). Даљи развој теорије бројева резултирао је у диверсификацији и делимичном скретању од почетне идеје броја као апстракције. С једне стране имамо мистификацију бројева, којима се даје онтолошки статус (Аристотеловог) αρχη, са свим *Тетрактисима, Декадама* итд. Ова тенденција огледа се и у питагорејској "геометризацији бројева",[4] тенденцији која ће у грчкој математици имати отада проминентну улогу. С друге стране, мистификација бројева дала је својеврсну питагорејску теологију, која ће касније, у (пост) хеленистичком раздобљу постати део једне елабориране "математичке епистемологије", како ћемо видети касније. Да бављење бројевима није безазлена игра искусио је сам Велики Учитељ, испитујући самерљивост дужи, што га је довело до *ирационалног броја*. Примордијални дуализам ограниченог *vs* безграничног појавио се опет у неразрешивој форми: ствари могу имати особине које се не могу изразити бројем, тачније као да природа у свом тоталитету измиче математичким апстракцијама. Иако прихваћен од Питагорејаца, статус ирационалних бројева остао је амбивалентан током читаве Антике. Диофант ће, например, сматрати да нека једначина нема решења, у смислу данашње математике – у скупу рационалних бројева. Ствари материјалног света су евидентно подложне променама, за разлику од математичких величина које једине могу да носе часни епитет *истинитих.* Одатле па до идеје о *идеји* као нематеријалном, непроменљивом супстрату свега, био је само корак који је учинио Платон, који је био под несумњивим утицајем питагореизма. Платонове елементарне геометријске форме, раванске и просторне, којима је изградио читав материјални космос,[5] сведоци су утицаја који је питагореизам имао на Атинску школу и који ће остати трајан до краја Антике. Са своје стране, Еуклид ће написати своје *Елементе* као својеврсну реализацију платонске концепције о епистемолошкој вертикали низ коју се најопштије истине, категорије из вечног света идеја, преливају у партикуларне увиде, гвозденом логиком дедуктивног закључивања.[6]

Пета књига *Елемената* садржи *Теорију пропорција* Еудокса Книдског, Платоновог ученика, која се сматра круном Хеленске

математике. Еудокс је успео, у одсуству теорије реалних бројева, да дефинише *релацију еквиваленције* и на основу ње однос (λογος) две величине, у свој својој генералности.

Ако са *N* означимо скуп природних бројева, релација еквиваленције дефинише се као

$$(a,b) \sim (a',b')$$

ако за све *m, n,* $\in$ *N* важи

$$ma > (<)\, nb \quad \text{i} \quad ma' < (>)\, nb'$$

Класа еквиваленције пара (a,b) зове се количник и означава $a:b$. Тако имамо

$$a:b = a':b'$$

при чему a,b,a',b' могу бити величине било које врсте: просторни или временски интервали, запремине, музичке ноте, рационални или ирационални бројеви итд. Еудоксове релације еквиваленције биле су тријумф математичке логике и биле су почетак пута који се са Вајерштрасом и Дедекиндом завршио теоријом реалних бројева.

На основу ове опште дефиниције односа хетерогених величина, било је могуће ригорозно решити многе проблеме физике, у првом реду кинематике. Како је констатовао Зееман,[7] Еудокс је био у стању да реши Зенонове апорије, као што је парадокс *Стреле*:

Стрела која лети било у ком тренутку је или у миру или није у миру, тј. креће се. Ако је тренутак недељив, стрела не може да се креће, јер ако се креће, тренутак би одмах био издељен. Али време се састоји из тренутака. Пошто се стрела не може кретати у било ком тренутку, не може ни у ком времену. Стога увек остаје у миру.

Ако се сада a,b узму за дужине, а a',b' за временске интервале, може се дефинисати *брзина* (при истим условима) као горња релација еквиваленције, односно брзина стреле била би класа еквиваленције (a,a'), која се сада може означити као $a:a'$. Иако не постоји евиденција да је овакав поступак икада реализован, сигурно је да су сви елементи потребни за то били

присутни. Шта више, према Зееману, Еудокс је био на прагу саме теорије групе, чија је операција била делитељска, уместо мултипликативна: "Гледајући у природу, примењени математичар увек пореди дужине, температуре, музичке ноте, итд. и тако, како би Еудокс рекао, можда би количници били природнији од производа".

Други, нешто млађи, Платонов ученик, Аристотел, није делио Питагорејско усхићење бројевима – они су за њега били само апстракције чулног искуства.[8] С друге стране његова *Физика* била је до крајности геометризована, [9] као и космографија.[10] Ова последња представља технички елабориранију конструкцију космоса у односу на оргинални Еудоксов модел *небеских сфера*, али док су ове последње за Еудокса биле само математичко средство за опис небеских појава, Аристотел је космос заиста схватао као физички систем, са реалним сферама и осама ротације. С друге стране Стагиранин је изгледа схватао *емпиријску* природу става о збиру углова у троуглу, еквивалента (каснијег) Еуклидовог *V постулата* о паралелама.

Проблем реалности математичких конструкција (онтолошки аспект математике) Архимед је решавао непосредно својим синтетичким приступом математици као таквој. Многе његове математичке конструкције базиране су на непосредном увиду у физичку стварност реалних ствари, као што је случај са налажењем "тежишта" равних фигура, итд. Физички објекти били су за Сиракужанина парадигме математичких односа, а не само пуки носиоци скривених математичких истина. У предговору своме *Методу*, у форми епистуле Ератостену, читамо:[11]

"Видећи ... у теби ... посвећеног студента, човека знатног угледа у филозофији, и задивљеног (у математичка истраживања), мислио сам да ће бити у реду да напишем за тебе и објасним детаљно ... специфичност извесне методе помоћу које ћеш бити у стању да почнеш, што ће ти омогућити да испиташ извесне проблеме у математици помоћу механике. Овај поступак је, како сам се убедио, не мање користан чак и за доказ самих теорема; јер извесне ствари постају ми јасне прво методом механике, мада се морају накнадно испитати геометријски, пошто њихово истраживање реченом методом није давало саму демонстрацију ..."

По својој мотивацији, унутарњој и екстерној, Архимед је у неку руку био антипод Еуклиду, који се грозио утилитаристичких конотација унутар "чисте науке".

Теоријска истраживања, мотивисана практичним потребама, везана су за решавање три чувена проблема класичног периода:[1] (i) квадратура круга; (i) трисекција угла; (iii) удвајање коцке. Овај последњи проблем изгледа да потиче још из преисторијског периода, јер се среће и у другим културама тога периода, као код Индуса.[2] За нас је овде интересантније једно решење трисекције угла, проблема који се поставио код покушаја конструкције деветоугаоника. Прво решење добијено је у V веку п.н.е., помоћу тзв. *Хипиасове криве*. Ова је била конструисана на следећи начин: једна дуж ротира око свог краја, за прав угао. Крива се добија као геометријско место тачака пресека ове дужи са правом која се помера паралелно самој себи, при чему је на почетку управна на покретну дуж (при покретном крају), а на крају се са њом поклапа. Показало се, шта више, да се на овакав начин угао може поделити на произвољан број делова. Но тек ће у III веку п.н.е. помоћу тзв. Никомедове *конкоиде* бити изведена конструкција чисто геометријском методом, која ће истовремено бити и демонстрација (егзистенције). Хипиасова *квадратиса* била је истовремено прва крива добијена кинематички.

Међуигру математичког поимања стварности и физички схваћене реалности у Класичном периоду завршићемо аверзијом Хеленског ума према *Небићу*. Са изузетком Демокрита, а предвођени Аристотелом, Стари Грци нису признавали *вакууму* физичку реалност. Овај негативан став према *негативном* резултирао је у математици једним чудним недостатком: Грци нису познавали *нулу*. Тешко је рећи колико је овај одбојни став према *недоказивом* уназадио њихову математику, као и колико је слична аверзија према *арбитрарном* ретардирала њихову физику у форми избегавања јединица као таквих. Претерана ригорозност може да буде баријера истраживачким подухватима (сетимо се *Диракове функције*, уосталом).

3. Неопитагореизам[18]

Када је већ Хеленистичка епоха била на своме крају, почетком IV века н.е. Античка Грчка доживела је ренесансу идеалистичке филозофије, у првом реду Платонизма, захваљујући највише Плотину и његовим следбеницима. Проминентно место у овом оживљавају преаристотеловске филозофије имао је обнов-

љени интерес за Питагорејско учење, које је у светлости каснијих Платонових идеја попримило једну веома елаборирану и профињену форму. Два су имена највише везана за "васкрснуће" Великог Учитеља: Јамблихус, ученик Плотиновог следбеника Порфирија, који је основао своју филозофску школу у Сирији крајем III века н.е., и Проклус, који је био на челу утицајне *Атинске школе* почетком V века н.е. Заједно са неким другим филозофима ова двојица неоплатоничара спровела су обимну реинтерпретацију платонизма свога времена, у светлости Питагориног учења, тзв. програм *питагореизације* платонизма, а у извесној мери и Аристотеловог учења. Пошто је овако конципиран *неопитагореизам* од значаја за античко поимање математике и њеног односа са реалним светом, ми ћемо се овде задржати на неким аспектима сачуваног корпуса Јамблиха и Прокла. При томе ћемо се углавном држати О'Меариног рада, [18] на који упућујемо заинтересованог читаоца када се ради о оригиналним референцама.

(а) Јамблихово учење

Главно Јамблих(ус)ово дело посвећено Питагори, *О питагореизму,* имало је највероватније наслов Περι της Πνθαγορικης αιρεσεως (О питагорејској секти) и било је подељено у 9 (10) књига. У трећој књизи, посвећеној општој математици, Јамблих према платонској традицији (*Република*) дефинише место математике, која се бави ентитетима смештеним између чистих *интелигибилиа* (νουμενα) – нематеријалних и недељивих – и чулних ствари (материјалних и дељивих). Граница и неограничено, два битна принципа математике, указују на епитет дељивости, којима се ова везује за чулни свет, док нематеријалност математичких ентитета омогућава овој да буде спона са вишим светом "истинског бића".

Према Јамблиху, може се поставити следећа кореспонденција између *бића* и *науке*, са јасном хијерархијском структуром, која индицира пут припреме за изучавање интелигибилиа преко упознавања са светом материјалног и профаног. Отвореност

Биће	*Систем наука*
божанско, чисто интелигентно биће	теологија, дијалектика
математички ентитети, душе	аритметика, геометрија, психологија, музика, астрономија
чулни објекти	физика, етика/политика, примењене науке

математике "према горе" огледа се у разним поређењима (асимилацијама) αναφοραι, као што су заједнички рационални принципи, (бледо) назирање чистих бића у бројевима, сличност између модела (бића) и слике (бројева), узрочност као релација између узрока (бића) и ефекта (бројева) итд. С друге стране асимилација у чулни свет реализује се путем апстраховања ("у материјализовани" облик без материјалног) придруживања путем математичких принципа чулним стварима, перфекцијом несавршених чулних ентитета, партиципацијом (када чулно учествује у математичком), поделом (математички ентитет издељен и умножен у чулном), компарацијом (παραβολη) математичких ентитета и чулних форми, итд. Сви ови "модуси асимилације" тешко су схватљиви модерном природњаку, али нема сумње да би Архимед био склон да види у њима разумну филозофску интерпретацију односа математике и физике (уз благо "Гаусовско" одмахивање руком). Будући недоступан непосредном увиду (осим код "посвећених") свет интелигибилија "кроји се" према математичким обрасцима у нашој уобразиљи, док истовремено свет математике представља "парадигматичну истину" за свет физике.

Како се из горње табеле види, аритметика (будући апстрактнија) заузима више место у хијерархији наука од геометрије. Како ћемо видети касније, код Проклуса имамо обрнуту ситуацију. Иако је само прве четири Јамблихове књиге сачувано, увид у V, VI и VII књигу може се делимично остварити преко дела византијског схоластичара Михаела Пселуса (XI век). У делу *О бројевима* читамо интересантан пасус из његове шире верзије *О физичком броју*:

"Ни у природи нити у физичком броју нема празног. Његова парадигма било би ништа друго до недостатак хармоније

и одсуство симетрије (ασυμμετρια). Но одсуство симетрије протерано је из бројева."

Овде треба дати две напомене. Прво, *асиметрија* је имала у Класичној Хелади нешто шире значење него данас – она је схваћена као "самерљивост" уопште, како се може видети и код Еуклида. Друго, *физички број* који срећемо код Пселуса може се идентификовати већ код Јамблиха, у његовој схеми: интелигибилан или идеалан (ειδητικος), математички и физички број. Овај последњи везује се за принципе и форме иманентне материјалним објектима. Ако бисмо узели слободу да ово раслојавање пренесемо у наш век, могли бисмо говорити о теоријској (чистој) математици, "нумерологији" (у смислу "астролошке парадигме") и теоријској физици. Према овој аритметизованој физици космос је структуиран према физичким бројевима као својим иманентним формама, који са своје стране изводе свој карактер и понашање из математичких бројева. Будући да се мењају (заједно са материјалним супстратом) физички бројеви су субординирани математичким. Ехо ове Јамблихове поделе може се наћи касније код Сирианса, Проклусовог учитеља, у његовој "трипартитној структури реалности": интелигибилни (νοητη), дискурсивни (διαωοητη) и чулни (αισθητη) нивои, где се математика јавља као прадигма логичког закључивања.

(б) Проклус

Два главна дела Проклусова о математичкој физици носе наслове: *Елементи Физике* и *Коментари Тимаја*. Прво дело представља покушај геометризације Аристотелове *Физике* са циљем да се ова усклади са Питагориним учењем. У *Коментарима* Проклус истиче да се праве, научне тврдње могу правити само у Формама (Идејама), док се када је у питању материјални (физички) свет може говорити само о вероватном, никако истинитом. У том смислу, не може постојати наука о природи. Једини излаз из оваквог ограничења јесте позивање на метафизичке принципе и њихово превођење на језик науке о природи, језиком геометрије, терминима аксиома/хипотеза, како је то демонстрирао Еуклид. Истинитосни статус признаје се само општим пропозицијама, док су партикуларне законитости предмет промена баш као и физички системи на које се односе.

Како Проклусова геометризована метода ради, најбоље се може илустровати његовим "извођењем" броја примордијалних елемената из димензионалности космоса као вишег принципа. Позивајући се на следећи пасус из *Тимаја*:

"Да је универзални оквир био створен само као површина без дубине једна медијанта би била довољна да се веже за оба члана, али сада, ако свет мора бити просторан, а тродимензиона тела се компактификују не једном већ двема срединама, Бог је поставио воду и ваздух у средину између ватре и земље."

Прокле прво демонстрира математички, а затим физички доказ за неопходност две медијанте:

(а) У низу 8, 12, 18, 27, кубови (екстреми): 2^3 и 3^3 повезани су преко 12 (2^2 x 3) и 18 (3^2 x 2), док за "равне бројеве" као што су 9 (3^2) и 16 (4^2) довољна је само једна медијанта, 12 (3x4). Треба запазити да код просторних бројева медијанте имају по два члана (стране) са једне стране (екстрема) и једну страну према другом екстрему.

(b) Физичка аналогија ове схеме била би:

Ватра (финоћа, оштрина, покретљивост)
Ваздух (финоћа, мекоћа, покретљивост)
Вода (густоћа, мекоћа, покретљивост)
Земља (густоћа, мекоћа, непокретљивост)

Дакле, особине средњих елемената повезују екстреме, исто као што "стране" медијаната повезују кубне бројеве. За Прокла, међутим, овај резултат показује како математика артикулише иманентне законитости физичког света, али на један јасан и егзактан (математички) начин. Уопште, свака законитост базирана на нашим обсервацијама чулних објеката може бити само приближно истинита, онолико колико су и ове обсервације поуздане. Модерна физика не би имала много да дода овоме.

4. Закључне напомене

Међуигра математике и физике коју смо покушали да оцртамо овде нужно је неизбалансирана у корист ове прве, из простог разлога што је домет Старе Хеладе у домену егзактних студија материјалног света био веома скроман. С друге стране, мате-

матика је вероватно била највећи допринос грчког генија светској науци. Могу се при томе уочити три фазе хеленске окупације математиком: прва (питагорејска) одликовала се хибридним научно-мистично-филозофским интересом, док је хеленистички период био сведок тријумфа чисте науке. Трећа фаза, коју смо пратили у претходном поглављу, значила је стање опште декаденције, и углавном се, што се математике тиче, сводила на филозофирање.

Са тачке гледишта епистемологије науке решења неоплатоничара, односно неопитагорејаца, дала су примат интуитивном над дискурсивним, у контексту општег напора да се са математичког нивоа спознаје оствари увид у "највишу науку", теологију, односно дијалектику. У контексту модерне филозофије математике ова дихотомија интуитивно-дискурзивно експлицира се кроз проблем *поузданости* математичког знања,[14] са суптилним и још увек неразлученим интерплејом логике и математике.

Што се онтолошког аспекта тиче (проблем *истинитости*), хеленски свет преживео је "инвазију ирационалних бројева", али није успео да на опште задовољство разреши питање *комплетности* математичког знања у форми како ју је поставио Зенон Елеаћанин.[15,16] Истини за вољу, ми ни данас немамо консензус што се ригорозних решења Зенонових апорија тиче.[17]

Литература

[1] R. Taton (Ed.), *La Science Ancienne et Medievale*, Presses Universitaire de Paris, Paris, 1961.

[2] B. L. Van der Waerden, *Geometry and Algebra in Ancient Civilizations*, Springer-Verlag, Berlin, 1983.

[3] G. Kirk and J. Raven, *The Presocratic Phylosopher*,University Press, Cambridge, 1957.

[4] M. Gika, *Filozofija i mistika broja*, Književna zajednica Novog Sada, 1987.

[5] Platon, *Timaj*, Mladost, Beograd, 1981.

[6] Euclide, *Elements*, Dover Publishers, 1956.

[7] E. C. Zeeman, Bulletin of the Institute of Mathematics and its Applications, Vol. 10, 1974, 272-81.

[8] Aristotel, *Metafizika*, Kultura, Beograd, 1960.

[9] Aristotle, *Physics,* Harvard University Press, Cambridge, 1934.

[10] Aristotle, *On the Heavens*, Harvard University Press, London, 1971.

[11] H. Stein, *Synthese*, 84 (1990) 163.

[12] I. Toth, *La Revolution Non Euclidienne, La Research en Histoire des Sciences, Societe dć Editions Scientifiques,* Paris, 1983.

[13] H. Helmholtz, u *Filozofija nauke*, N. Sesardić (Ur.), NOLIT, Beograd, str. 714.

[14] Z. Šikić (Ur.), *Novija filozofija matematike*, NOLIT, Beograd, 1987.

[15] Diels, *Predsokratovci, fragmenti*, Naprijed, Zagreb, 1983.

[16] D. Leartije, *Životi i mišljenja istaknutih filozofa*, BIGZ, Beograd, 1979.

[17] M. Arsenijević, *Prostor, Vreme, Zenon*, BibliotekaTeka, Beograd, 1986.

[18] D. J. O'Meara, *Pythagoras revived: mathematics and phylosophy in late antiquity*, Oxford, Clarendon Press, 1989.

КАРДИНАЛИ, ОРДИНАЛИ И ОБРАЗОВНА ПАРАДИГМА

Александар Липковски*

Сажетак: *Већ на првом кораку школске математике настаје сукоб између историјско-генетског и аксиоматско-скуповног приступа појму броја. Традиционални начин увођења природних бројева претрпео је велике промене захваљујући увођењу теорије скупова и математичке логике. Да ли је ово оправдано? Поред тога, јавља се тенденција занемаривања доказа у школској математици, која је са англоамеричког подручја пренета у западноевропско, са опасношћу да се такви "реформски" трендови прошире и у Србији. Ово се прагматички оправдава: треба да се учи само оно што се касније непосредно користи у животу. Сматрајући да овакви трендови воде осиромашењу човекових интелектуалних способности и стварању ограничене личности подложне манипулацији помоћу средстава јавног информисања, аутор се залаже за рано увођење доказа у аритметику, пре или упоредо са доказима у геометрији. Ово је могуће извести на бази принципа коначности опадајућих низова, суштински еквивалентног принципу математичке индукције.*

За просечног човека математика је наука о бројевима и рачунању са бројевима, тек понеко се сети још и геометрије. Ово једноставно мишљење није сасвим погрешно: математика је почела са природним бројевима и са бројевима се развијала све до данашњих дана. Иако је данас уобичајени низ проширења појма природног броја записан низом инклузија

$$N \subset Z \subset Q \subset R \subset C,$$

* The author expresses his sincere gratitude to emeritus prof. Niki Agnantis from the University of Ioannina for providing him the opportunity to prepare the final version in the beautiful surroundings of the University center "Stavros Niarchos" in Ioannina. Аутор изражава искрену захвалност емеритус проф. Ники Агнантис са Универзитета у Јанини за могућност да финалну верзију припреми у изванредном окружењу центра "Ставрос Нијархос" у Јанини.

историјски гледано развој појма броја је текао преко позитивних разломака до позитивних реалних бројева:

$$N = Z^+ \subset Q^+ \subset R^+$$

да би тек касније били укључени нула и негативни бројеви. Како је једном приликом рекао Кронекер: "Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott gemacht, alles andere ist Menschenwerk"[1].

У основној и средњој школи питању броја се, наравно, посвећује велика пажња. Последњих педесетак година, међутим, традиционални начин увођења и разматрања природних бројева претрпео је велике промене, углавном захваљујући променама у "вишој" математици у двадесетом веку а пре свега увођењу теорије скупова и математичке логике у математику. Јавља се, такође, тренд ревизије традиционалне наставе геометрије, наставе која по моделу Еуклидових "Елемената" служи човечанству већ више од два миленијума. У модерној западној школи приметна је тенденција занемаривања и изостављања доказа у школској геометрији, па и њено потпуно замењивање аналитичком геометријом уз примену графичких калкулатора. Ова тенденција је из англоамеричког подручја реформом школства постепено пренета у западноевропско, а постоје такви "реформски" трендови и у Србији. Они се првенствено правдају прагматизмом: распрострањено је мишљење да треба учити само оно што ће деца касније непосредно користити у животу. Последња догађања у стандардизацији знања из математике за основну школу показују да постоји веома велика опасност да се чак и фундаментални, и за математику неизоставни принцип "reductio ad absurdum", избаци из основног нивоа знања (тзв. "знања за двојку"). Може се слободно рећи да ако дете уопште не покуша да схвати принцип свођења на противречност, оно неће схватити ниједан доказ и биће оштећено у свом интелектуалном развоју.

Сматрајући да ови трендови воде осиромашењу интелектуалних способности човека и, у крајњој инстанци, стварању једне неинвентивне, ограничене личности подложне манипулацији преко средстава јавног информисања, аутор се залаже за

[1] "Природне бројеве је створио добри Бог, остало је људско дело" (Leopold Kronecker, 1823-1891)

увођење доказа и у аритметику, пре или упоредо са доказима у геометрији. При томе је неопходно избећи пратеће замке, као што је прерана и претерана формализација и спуштање општијих појмова са дужом историјском генезом (као што је појам скупа или бијекције) у ниже разреде основне школе.

Математика свакако почиње од појма природног броја 1, 2, 3, ..., појма насталог апстракцијом процеса бројања. Већ ту, на првом кораку учења у школској (и предшколској) математици, настаје сукоб између историјско-генетског и аксиоматско-скуповног приступа појму броја. Данас је постало уобичајено да појам скупа претходи појму броја, а природни бројеви се већ у предшколској настави уводе помоћу појмова скупа и бијекције, строго говорећи као кардинални бројеви коначних скупова. Као први већи методички циљ истиче се увођење појма *скупа* природних бројева $N = \{1, 2, 3, ...\}$. Да ли је ово добро и оправдано? Природни бројеви имају свакако двојну структуру: поред особине да изражавају *бројност* коначног скупа (кардинални број), они исто тако изражавају и *редослед* (уређење тј. ординални број). Упоредо са тим, природни бројеви по први пут уводе бесконачност у мисаони свет ђака.

Бесконачност скупа природних бројева

Прича под називом парадокс "Гранд" хотела приписује се немачком математичару Давиду Хилберту[2]. У хотел чије су собе нумерисане свим природним бројевима, долази путник и тражи преноћиште. Рецепционар му саопштава: „Жалим, али све собе су заузете". Путник каже: „Дајте ми онда собу са бројем 1". „Али шта да радим са гостом из собе број 1?" пита рецепционар. „Пребаците га у собу број 2", одговори путник. „А са оним из собе број 2?" не одустаје рецепционар. „У собу број 3, и тако са свим гостима", рече путник и тако доби преноћиште у хотелу.

Наизглед парадоксална ситуација дочарава особину бесконачности: бесконачан скуп може имати исту бројност као и његов прави подскуп. Ова се идеја јавља у уводу Иша Упанишаде, хиндуистичког списа из 4-3 века пре Христа: "Кад се одузме од Целине, опет остаје Целина",[3] као и код старогрчких философа.

[2] David Hilbert (1862-1943)

[3] "Even after removing a complete whole from the (other) complete whole, still the complete whole remains unaltered and undisturbed" (енглески превод P.K. Hari Hara Subramanian)

Парадокс "Гранд" хотела настаје услед актуелизације потенцијалне бесконачности природних бројева. Још су Платон[4] и Аристотел[5] знали за разлику између потенцијалне и актуалне бесконачности (apeiron и aphorismenon) - неограничености којој увек можеш додати и стварне бесконачности или "трансфинитности". Много је написано о значају ова два приступа бесконачности у математици. Неки, као Лајбниц, прихватали су актуалну бесконачност[6] док су је други, као Гаус, одбацивали.[7] После појаве Канторове[8] теорије скупова која је укључила појам актуалне бесконачности и конструисала више нивоа бесконачности (пребројиви и непребројиви скупови), Поанкаре је о њој имао негативно мишљење,[9] док ју је Хилберт апологетски бранио.[10]

Наравно, ни они који нису прихватали постојање актуалне бесконачности нису се одрицали од њеног коришћења. Математичари су се у двадесетом веку много бавили питањем који се део математике може формализовати искључиво помоћу потенцијалне бесконачности. Ипак, свима је јасно да математика мора радити са актуалном бесконачношћу. С друге стране, постканторовским развојем теорије скупова и математичке логике такође је постало јасно да се математика не исцрпљује формалним дедуктивним теоријама. Какве реперкусије (и да ли уопште) ова сазнања треба да имају на школски процес наставе математике?

По ауторовом мишљењу, неопходно је у настави примењивати генетско-развојни метод, понављајући у процесу наставе укупан развој математичких сазнања. При томе, метод не треба спроводити до крајности, јер нека математичка сазнања која су се током развоја појавила релативно касно (на пример, појам нуле и негативног броја), данашња деца схватају много раније због утицаја друштвеног окружења (новац, температура и друго). Међутим, актуална бесконачност је појам највишег могућег нивоа апстракције и као такав мора у образовању доћи касније, после акумулације многобројних индуктивних сазнања. У ранијим нивоима образовања, у основној школи, бесконачност може бити обрађена само као потенцијална бесконачност. Овакав став има последице и на начин излагања градива, јер се односи на неке већ одомаћене наставне поступке: појам скупа окупљеног помоћу својства, појам геометријског места тачака и други. Тек кад се довољно добро, на многим примерима, упознају особине објекта, може се приступити његовом посматрању као бесконачног скупа. Тако, неопходно је да дете прво прикупи велико искуство рачунања са бројевима, па тек онда прихвати скуп природних бројева као целину. Исто тако, неопходно је да упозна многе особине правих и кругова и да их много нацрта пре него што их схвати као скупове тачака.

[4] Πλάτων (427-347 пре Христа)

[5] Αριστοτέλης (384-322 пре Христа)

[6] "I am so in favour of actual infinity" (Gottfried Wilhelm Leibniz, 1646-1716). Цитирано по S. Kleene, Introduction to metamathematics, 1952

[7] "Протестујем против употребе бесконачне величине као нечег завршеног, ово није допустиво у математици. Бесконачност је само начин изражавања, док је стварно значење гранична вредност којој одређене вредности прилазе неограничено близу, док друге расту без ограничења"(Carl Friedrich Gauß, 1777 1855). Из писма Шумахеру,12 јул 1831

[8] Georg Cantor (1845-1918)

[9] "Не постоји актуална бесконачност, то су канторијанци заборавили и били ухваћени у противречности" (Henri Poincare, 1854-1912, у Les mathematiques et la logique III, Rev. metaphys. morale 14 (1906) p. 316)

[10] "...нико нас неће истерати из раја који је створио Кантор...". Изјава спада у математички фолклор, извор није познат.

Два лица природних бројева: кардинал и ординал

Некада је учење бројева у првом разреду основне школе почињало бројањем односно набрајањем по реду: један, два, три,... Тек када ученици утврде редослед, називе и позициони начин писања бројева, кретало се у аритметичке операције. Ако се у настави држимо историјско-генетског приступа, обратићемо пажњу на то да мала деца исто тако уче бројеве пре школе. Постоје и антрополошки докази чињенице да се у развоју људског сазнања редни бројеви налазе испред количинских. Али, канторовска идеја броја као скупа јединица[11] је током последњих педесетак година толико дубоко ушла у педагогију, да се практично сви данас писани почетни уџбеници рачунице базирају на идеји скупа као појму који *претходи* појму броја. Да ли је то у реду, и која је од две структуре, аритметичка или уређајна, примарна у стварању појма броја?

У опису скупова постоји природна дихотомија: скуп се може описати или набрајањем елемената $a,b,c,\ldots$ или преко карактеристичног својства елемената $\{a|F(a)\}$. Ова два начина се суштински разликују толико да се може говорити о два разли-

[11] Уосталом, тако је писао још Еуклид (Εὐκλείδης, око 300 г. пре Христа,"ΣΤΟΙΧΕΙΑ" књига VII, дефиниција 2: Број је множина састављена од јединица)

чита појма скупа. И док се у првом појму бесконачност јавља само као потенцијална бесконачност, у другом појму је то актуелна бесконачност. Појам актуелне бесконачности у наставу се може увести тек касније, у старијим разредима средње школе. У основној школи се користи искључиво први начин описа скупова односно прва врста скупова. Са становишта кардинала, томе одговарају само коначни кардинали.

Пеанова аритметика. Принцип математичке индукције

Данас прихваћену формализацију појма природних бројева први је извео Пеано[12] 1889. године. По Пеану,

(A1) број 1 је природни број;

(A2) сваки природан број n има свог следбеника n';

(A3) број 1 није следбеник ниједног природног броја;

(A4) ако су следбеници два природна броја једнаки, ти бројеви су једнаки;

(A5) (аксиома математичке индукције) ако је $F(n)$ својство природног броја n које има ове две особине:(1) F је тачно за број 1 и (2) ако је F тачно за природан број n тада је то својство тачно и за следбеника n' броја n; тада је својство F тачно за све природне бројеве.

У савременој теорији скупова и математичкој логици веома је добро обрађено питање који и какви објекти задовољавају овакав скуп аксиома. Ми се тим питањем нећемо бавити, држећи се поменутог Кронекеровог мишљења, а Пеанове аксиоме схватати као особине природних бројева које их једнозначно описују.

Математичком индукцијом се може доказати да је сваки природан број осим 1 следбеник неког природног броја. Наиме, уочимо следеће својство $F(n)$ природног броја n: или је $n = 1$, или је n следбеник неког природног броја, а онда применимо математичку индукцију. Ово показује да се поступком налажења следбеника добијају сви природни бројеви.

Даљим дедуктивним извођењем из Пеанових аксиома уз дефиницију $n+1 := n'$ добија се аритметичка структура полугрупе у односу на сабирање $(N, +)$ (а затим се уводи и операција множења као поновљеног сабирања). Друга структура, структура уређења, може се затим увести дефиницијом $a < b \Leftrightarrow \exists c : b = a + c$. Ове су две структуре међусобно усаглашене: $a < b \Rightarrow a + c < b + c$

Ако узмемо у обзир структуру уређења природних бројева, аксиома индукције добија и наизглед слабију а у ствари еквивалентну форму тзв. потпуне (или тоталне) индукције. Ако је $F(n)$ својство природног броја n које има особине (1) F је тачно за 1, (2) ако је F тачно за све природне бројеве $m \leq n$ тада је оно тачно и за следбеника n' броја n; тада је својство F тачно за све природне бројеве.

У ствари, појам комутативне полугрупе настао је управо апстракцијом својстава природних бројева. При томе, комутативна полугрупа природних бројева задовољава још једно, веома важно својство: она има канцелацију (скраћивање). Наиме, ако је $a+c=b+c$ онда је $a=b$. У одређеном смислу, N је најмања (непразна) комутативна полугрупа са канцелацијом и то је њен алтернативни аксиоматски опис.

Природни број као редни број. Уређење. Ординали

У настави математике се принцип математичке индукције уводи прилично касно, тек у средњој школи, и користи углавном за доказивање сумационих формула типа $1+2+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$. Коришћење математичке индукције је увек скопчано са дидактичко-методичким потешкоћама. Ученицима је проблем да схвате зашто се доказује већ готова формула. Већини није јасно зашто проверавамо тачност импликације $F(n) \Rightarrow F(n')$ и како то доказује да је $F(n)$ тачно када смо то већ претпоставили. У корену тога је неразумевање разлике између егзистенцијалних и универзалних тврђења. Да ли се принцип математичке индукције може увести раније, ефикасније и разумљивије?

Ако погледамо Пеанове аксиоме, видимо да се број 2 не дефинише као кардиналност скупа са два елемента, већ као следбеник броја 1, број 3 је следбеник броја 2 и тако даље. Из Пеанових аксиома се, међутим, може уз дефиницију $n \leq n'$, $(n' \neq n)$ добити уређајна структура (потпуно) уређеног скупа $(N, \leq)$, друга основна структура скупа природних бројева без коришћења саби-

[12] Giuseppe Peano (1858-1932)

рања. Ова структура у ствари представља историјско-генетски начин увођења природних бројева.

Уређајна структура природних бројева има једну изузетно важну особину: она је добро уређена тј. сваки непразан скуп природних бројева има најмањи елемент.[13] Ова особина има и једноставнију варијанту: сваки строго опадајући низ природних бројева мора бити коначан. Ова особина је еквивалентна математичкој индукцији, али је од ње много разумљивија и може се применити раније, већ у основној школи. Значај ове особине се недовољно потенцира у настави математике.

Тврђење. Принцип математичке индукције, добра уређеност и коначност опадајућих низова су еквивалентне особине природних бројева.

Доказ. а) добра уређеност $\Rightarrow$ математичка индукција

Нека је $F(n)$ својство природног броја $n \in N$. Нека је тачно $F(1)$ и нека је за свако $k \in N$ тачна импликација $F(k) \Rightarrow F(k+1)$. Уочимо скуп $S=\{n \in N \mid$ није тачно $F(n)\} \subset N$. Очито $1 \notin S$. Ако је $S \neq \varnothing$ тада S има најмањи елемент $k \in S$, $k \geq 2$. Зато $k-1 \notin S$ па је $F(k-1)$ тачно. Али тада је тачно и $F(k)$ тј. $k \notin S$, што је контрадикција. Дакле, $S=\varnothing$ тј. $F(n)$ је тачно за свако n.

б) математичка индукција $\Rightarrow$ коначност опадајућих низова

Уочимо својство $F(n) \Leftrightarrow$ сваки опадајући низ који почиње са n је коначан. Тада је $F(1)$ тачно. Претпоставимо да је $F(k-1)$ тачно тј. да је сваки низ $k-1 > \ldots$ коначан. Али сваки низ $k > \ldots$ дефинише и низ који почиње са $k-1$ и стога мора бити коначан. Дакле, тачно је $F(k)$. Применом математичке индукције закључујемо да је $F(n)$ тачно за свако $n \in N$.

в) коначност опадајућих низова $\Rightarrow$ добра уређеност

Нека је, напротив, $S \neq \varnothing$ непразан подскуп који нема најмањи елемент. Изаберимо $n_1 \in S$. Он није најмањи, па зато постоји $n_2 \in S$, $n_2 < n_1$ Пошто S нема најмањи елемент, n_2 такође није најмањи. Процес можемо наставити и добити бесконачан строго опадајући низ $n_1 > n_2 > \ldots$, што је немогуће. Зато S мора имати најмањи елемент.

[13] Најмањи елемент је онај који је мањи (или једнак) од свих других, за разлику од појма минималног елемента као оног од кога нема (строго) мањих

Примене у аритметици

Принцип коначности опадајућих низова је интуитивно веома јасан и прихватљив, тако да га деца већ у основној школи могу прихватити као очигледну истину која се не мора доказивати (тј. аксиому). То се, нажалост, не може рећи о његовом еквиваленту, принципу математичке индукције. Као што знамо из школске праксе, принцип математичке индукције се тешко прихвата и у средњој школи, највише због неразумевања појма доказа и његовог неблаговременог увођења. Наведимо неколико могућих примена принципа коначности опадајућих низова у школској аритметици, на нивоу старијих разреда основне школе, који могу послужити за упознавање ученика са доказима.

1. Дељење природних бројева с остатком

Теорема. За свака два природна броја m и n постоје бројеви q и r из $N \cup \{0\}$ такви да је $m = nq + r$ и $r < n$.

Доказ. Ако је $m = m_0 \geq n$, узмимо $m_1 = m_0 - n$, $m_0 > m_1$. Ако је $m_1 \geq n$, ставимо $m_2 = m_1 - n = m_0 - 2n$, $m_0 > m_1 > m_2$. Поступак настављамо све док је $m_k \geq n$ (једноставности ради, овде користимо и нулу, тј. $k \in N \cup \{0\}$, $m_k \in N \cup \{0\}$). Пошто је сваки строго опадајући низ природних бројева коначан, поступак се мора завршити, па после коначног броја корака долазимо до $m_k = m - kn < n$. Тада је $q = k$, $r = m_k$.

2. Нерастављивост у скупу природних бројева

Дефиниција. Природан број $n > 1$ је растављив, ако је $n = pq$ за неке природне бројеве $p < n$ и $q < n$, које називамо његовим факторима или чиниоцима. У супротном, број n је нерастављив или прост.

Ова дефиниција се јавља већ у Еуклидовим "Елементима".[14] Ствар је конвенције да ли број 1 сматрамо простим, обично се сматра да 1 није ни прост (нерастављив), ни растављив и изузима се из разматрања.

Тврђење. Сваки природан број (осим 1) има нерастављиви фактор.

[14] "ΣΤΟΙΧΕΙΑ" књига VII, дефиниције 11 и 13: Прост број је онај који се мери само јединицом. Сложен број је онај који се мери неким бројем.

Доказ. Нека је $n > 1$ природан број. Ако је он нерастављив, тврђење је доказано. Ако није, тада је $n = n_1 m_1$ за неко n_1, $1 < n_1 < n$. Ако је n_1 растављив, настављамо поступак. Пошто је сваки строго опадајући низ природних бројева коначан, поступак се мора завршити, па после коначно много корака долазимо до нерастављивог фактора n_k броја n.

3. Доказ ирационалности броја $\sqrt{2}$ који не користи основну теорему аритметике.

Наиме, нека је $\sqrt{2} = m/n$. Тада је $m^2 = 2n^2$. Одузмимо од обе стране ове једнакости производ mn и факторизујмо је. Добијамо $m(m-n) = n(2n-m)$ односно $m/n = (2n-m)/(m-n)$. Ставимо $n_1 = m-n$, $m_1 = 2n-m$. Пошто је $m^2 = 2n^2 < 4n^2$ односно $m < 2n$, биће $n_1 < n$. Тако добијамо нови запис броја $\sqrt{2}$ као разломка m_1/n_1 са строго мањим имениоцем. На овај начин можемо добити бесконачан низ записа са строго опадајућим имениоцима $n > n_1 > n_2 > \ldots$ што је немогуће. Зато је полазни запис $\sqrt{2} = m/n$ немогућ.

Приметимо да у доказу није коришћено тврђење о једнозначној факторизацији природних бројева на просте факторе, тзв. основна теорема аритметике, већ само елементарне особине сабирања и уређења природних бројева. Као такав, овај доказ се може користити веома рано у настави математике, већ у основној школи, као један од првих доказа који се заснива на принципу свођења на противречност (reductio ad absurdum).

4. Основна теорема аритметике

Најважнија теорема у аритметици, такозвана основна теорема аритметике, тврђење о томе да се сваки природан број једнозначно (не узимајући у обзир редослед фактора) раставља у производ простих фактора, у школи се обично не доказује. При томе се она често користи још у основној школи, например приликом увођења разломака. Доказ могућности факторизације се може дати помоћу принципа коначности опадајућих низова.

Тврђење А. Сваки природан број се разлаже у коначан производ нерастављивих фактора.

Доказ. Ако је природан број n нерастављив, тврђење је доказано. Ако није, на основу претходног тврђења n има нерастављиви фактор p_1, тако да је $n = p_1 n_1$, $n > n_1$. Поступак понављамо за n_1. Пошто је сваки строго опадајући низ природних бројева коначан, поступак се мора завршити, па после коначно много корака долазимо до нерастављивог фактора n_k броја n и до његове факторизације на нерастављиве $n = p_1 \ldots p_k n_k$.

Једнозначност факторизације почива на следећем својству простих бројева: ако прости број дели производ два броја, тада он дели бар један од њих. На томе почива и стандардни школски доказ ирационалности броја $\sqrt{2}$: ако је квадрат броја паран, онда је и сам тај број паран. Ирационалност $\sqrt{2}$ односно несамерљивост дијагонале и странице квадрата вероватно је једно од најстаријих тврђења о бројевима, познато још Питагорејцима.[15] Платон говори о Теодору из Кирене устима његовог ученика Теетета,[16] као о човеку који је доказ ирационалности проширио на просте бројеве до 17. Није познато како је доказ изгледао али се највероватније заснивао на дељењу са остатком односно његовом геометријском аналогону.

Општи доказ тврђења да ако прост број дели производ два броја онда он дели бар један од њих може се извести коришћењем коначности опадајућих низова и потпуне математичке индукције, али и на други начин коришћењем последице Еуклидовог алгоритма само помоћу принципа коначности опадајућих низова. Затим се то својство уопштава на производ више фактора. Примена математичке индукције овде је много убедљивија и јаснија од уобичајене примене приликом доказивања сумационих формула. О детаљима ће бити речи на другом месту, а на крају ћемо доказати једнозначност.

Тврђење Б. Разлагање броја у производ нерастављивих фактора је јединствено (не узимајући у обзир редослед фактора).

Доказ. Ако имамо две факторизације $n = p_1 \ldots p_k$ и $n = q_1 \ldots q_m$ истог броја n у производ нерастављивих, тада нерастављиви чинилац p_k једне факторизације дели производ чинилаца друге факторизације. Стога он дели неки од њих, рецимо q_r. Али пошто су оба броја нерастављива, они морају бити једнаки: $p_k = q_r$. Сада се тај исти чинилац на обе стране може скратити. Добијамо $n_1 = p_1 \ldots p_{k-1} < n$. Ако је $n_1 \neq 1$, поступак можемо наставити. На основу принципа коначности строго опадајућих низова,

[15] По неким античким изворима, питагорејац Хипас је ову тајну обелоданио и био због тога бачен у море

[16] Платон,"Дијалози - Теетет"

добијамо да производ нескраћених фактора на десној страни мора бити једнак 1. Одатле следи да нескраћених чинилаца нема, да је $k = m$ и да је сваки од чинилаца на левој страни једнак неком од чинилаца q_j на десној страни.

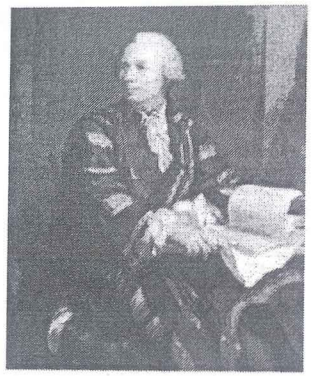
Поновимо на крају да сви наведени докази у елементарној аритметици изведени помоћу коначности опадајућих низова могу бити извођени још у старијим разредима основне школе, пре или упоредо са увођењем првих доказа у геометрији. Они су једноставнији за прво упознавање са појмом доказа. Докази у геометрији ђацима увек представљају проблем, а до данашњег дана методичари наставе математике нису се усагласили око начина почетног излагања геометрије (од чега почети, шта сматрати очигледним, а шта доказивати). За разлику од тога, докази у аритметици засновани на очигледним својствима и операцијама са природним бројевима и коначности опадајућих низова на брз и једноставан начин дају њену чврсту основу.

300 ГОДИНА ОД РОЂЕЊА ЛЕОНАРДА ОЈЛЕРА

Александар Бакша и Владимир Драговић

Апстракт: *Ово је скраћени приказ предавања која су током 2007. године, аутори држали на позив ЦАНУ, Математичког института САНУ, Факултета техничких наука и ПМФ у Новом Саду, на Семинару за историју и епистемологију природних наука у Институту за физику и у Математичкој гимназији. Повод је био велики јубилеј, тристогодишњица рођења Леонарда Ојлера, једног од највећих научника у историји човечанства. И предавања, и овај писани осврт, дају само кратак и поједностављен преглед Ојлеровог живота и научног стваралаштва. У приказу Ојлеровог научног доприноса нешто већи акценат је стављен на механику. Научни резулатати Ојлера дати су само фрагментарно, са намером да се слушаоцу, односно читаоцу неспецијалисти, пружи релативно доступна и разумљива општа слика веома разуђеног и комплексног Ојлеровог стваралаштва. Иоле озбиљнији приказ Ојлеровог дела захтевао би читаве симпозијуме.*

1. Пролог



Леонард Ојлер

Леонард Ојлер је рођен 15. априла 1707. у Базелу, у Швајцарској. Умро је 1783. у Русији, у Санкт-Петерсбургу, 18. септембра по Григоријанском календару. Један је од највећих научника свих времена.

Пођимо од смрти, јер, како велики песник рече:

"Благо оном ко довијека живи

Имао се рашта и родити."

У протоколу Императорске санктпетерсбуршке академије наука је записано:

„На заседању 11. септембра 1783. године, академик Н. Фусс је преузео дужност секретара од Јохана-Албрехта Ојлера, одсутног због смрти свог знаменитог оца, Леонарда Ојлера, који је умро од апоплексичког удара 7. семтембра у 11 сати увече, достигавши 76 година, 5 месеци и 3 дана и свршивши свој дуги и блистави пут и учинивши своје бесмртно име познато целој Европи".

И величина личности и улога без преседана у развоју Академије, одредили су посебан начин обележавања сећања на Ојлера. Тако је 23. октобра, академик Фусс, ученик Ојлера, лични секретар и муж Ојлерове унуке, одржао "Похвалну реч". Академици су, од својих пара, наручили бисту "бесмртног Ојлера". Њихова "прослављена начелница", књегиња Дашкова, наручила је пре-

красни стуб, основу за бисту. Биста је постављена у сали за заседања, насупрот фотеље председника.

Вести о почастима преминулом научнику обишле су целу Европу. Секретар француске Академије наука, маркиз Кондорсе, је у својој "Похвалној речи" навео:

"Тако, народ који смо ми почетком века сматрали варварским, овим случајем даје пример целој цивилизованој Европи - како славити велике људе за живота и како чувати успомену после смрти: друге нације у овом случају морају да црвене од стида, јер не само да нису предухитриле Русију, већ немају снаге ни да је подражавају".

Управо овај напредак, који је за 60 година Ојлеровог деловања у Петербуршкој Академији, Русију од тзв. варварске, учинио водећом културно-научном силом Европе, јесте громадна заслуга Ојлера, упоредива и са његовим грандиозним научним опусом. До средине двадесетих година 18. века је по пројектима Лајбница и указима Петра I и касније, Катарине I, основана Петербуршка Академија. Убрзо се новој Академији прикључио Ојлер. До тог момента, у руском језику није постојала ни сама реч "наука". Ојлер је за 60 година поставио основе славне петербуршке математичке школе (Ојлер-Чебишевљеве школе) као једне од најдубљих и најоригиналнијих математичких школа у свету. Рад школе се заснивао на Ојлер-Чебишевљевом принципу: Полазећи од тешког математичког задатка, често оног који поставља друга наука или техника, стварати велике и дубоке математичке теорије. При решавању матем-атичких задатака увек их доводити до резултата у форми корисној за праксу и примену, то јест долазити до броја, не заустављајући се ни пред каквим тешкоћама рачуна.

2. Преглед опуса Леонарда Ојлера

Сабрана дела обухватају 72 тома, од којих је 30 посвећено математици, 31 посвећен механици и астрономији, 11 се тичу физике и других предмета. По обиму, математички радови се деле на:

- Анализа - 60%
- Геометрија - 17%
- Теорија бројева - 13%
- Алгебра - 7%
- Вероватноћа - 3%.

Радови из анализа обухватају 9%

- Интегрални рачун - 33%
- Диференцијалне једначине - 25%
- Редови - 22%
- Варијациони рачун - 11%.
- "Диференцијални рачун" и "Увод у анализу бесконачно малих" -9%

Може се слободно рећи да је Ојлер створио математичку анализу, као једну од основних научних дисциплина, у облику у коме је ми данас знамо. Ојлер је изградио Њутнову механику на принципима диференцијалног рачуна, напуштајући Њутнов геометријски језик. Та Ојлерова надоградња механике представљала је основу за даљи Лагранжов рад. Изградио је Ојлер и варијациони рачун, који је касније наставио и разрадио Лагранж.

Ојлер је најцитиранији математичар свих времена. Преко 20 формула елементарне математике носе његово име. Сетимо се Ојлерове праве, Ојлерове кружнице, Ојлерове формуле. Још више формула и појмова "више математике" је удостојено његовог великог имена.

Ојлер је, уједно, најплоднији математичар свих времена. Објављивао је у просеку 800 страница годишње. То је посебно фасцинантно када се зна да је добар део живота имао озбиљних проблема са видом, или био потпуно слеп.

Истакнимо да је, поред Лагранжа, други велики настављач Ојлеровог дела био Гаус.

3. Кратка биографија Леонарда Ојлера

• 1707. Ојлер је рођен 1707. у Базелу. Његов отац, Паул Ојлер је, док је био студент теологије на Универзитету у Базелу, слушао предавања Јакоба Бернулија из математике. Заједно са Јоханом Бернулијем је живео у кући Јакоба Бернулија за време студирања. Касније је постао протестански свештеник и оженио се са Маргарет Брукер, такође из свештеничке породице. Убрзо по Леонардовом рођењу, породица се преселила у оближњи Рајхен. Леонард је послат код баке у Базел, у школу. У тој школи Леонард

није учио никакву математику. Тако је прве контакте са математиком имао кроз часове које му је давао отац.

• 1720. Са 14 година се уписао на Универзитет да би постао свештеник. Јохан Бернули је открио Ојлеров таленат за математику и давао му приватне часове, углавном недељом.

• 1723. Ојлер је постао магистар филозофије са темом "Поређења филозофских идеја Декарта и Њутна". Наставља даље студије теологије, али се окреће математици и Јохану Бернулију.

• 1726. Завршава студије и објављује први научни рад.

• 1727. Објављује други рад, којим конкурише за Велику премију Француске академије. Тема је била из математичке теорије бродоградње о оптималном положају јарбола на броду. Осваја одличну другу награду, одмах иза Бугера, познатог експерта у бродоградњи, оца савремене бродске архитектуре. Не добија позицију у Швајцарској. После смрти Николе II Бернулија у Санкт-Петерсбургу, добија позив из Санкт-Петерсбуршке академије. Пише будући класичан рад из акустике, али 5. априла 1727. напушта Базел. Стиже у Санкт-Петерсбург 17. маја 1727. Придружује се Петерсбуршкој Академији две године после оснивања од стране Катарине I. На захтев Данијела Бернулија, уместо адјункта за физиологију, добија место у математичко-физичком оделењу.

• 1727-1730. Служи као поручник медицине у Руској морнарици.

• 1730. Постаје професор физике и члан Академије наука, напушта флоту.

• 1733. Данијел Бернули напушта Петерсбург и Ојлер добија његово место шефа катедре за математику. Побољшани финансијски услови омогућавају му женидбу: 7 јануара 1734. Леонард се венчава са Катарином Гсел. Имали су 13 деце од којих је пет достигло зрелији узраст. Ојлер је тврдио да је многе теореме доказао љуљајући бебе, док су се остала деца играла около. Плата коју је тада Ојлер добијао износила је 600 рубаља годишње, и била је два пута мања од Бернулијеве плате. Бавио се и државним пројектима из области картографије, бродоградње, инжењерства.

• 1735. Стварање опште карте Русије је био један од водећих задатака који је у то доба стајао пред Академијом. Ојлер је изгубио десно око када је за три дана завршио картографски задатак за који је група академика тражила неколико месеци.

• 1738, 1740. Два пута дели прво место на Великој награди Париске Академије. Раст ауторитета се види у обраћању његовог учитеља Јохана Бернулија. 1728. му се обраћа као "ученом и талентованом младићу Л. Ојлеру". 1737. као "најзнаменитијем и нај-

оштроумнијем математичару". 1745. као " неупоредивом Л. Ојлеру - глави свих математичара". 1740. Ојлерова плата достиже 1200 рубаља.

• 1740. Ојлер коначно напушта велики картографски пројекат. Годину 1740. у Русији је обележила смрт императорке Ане Јоановне, и регенство Ане Леополдовне. У време опште политичке несигурности у Русији, и промењеног односа према странцима, Ојлеру стиже позив Фридриха II Великог да приступи будућој Берлинској Академији наука.

• 1741. Ојлер 19. јуна напушта Петерсбург, остајући почасни члан Академије; 25. јула стиже у Берлин.

• 1744. Оснива се Берлинска Академија. Мопертуи постаје председник Академије, док је Ојлер директор математичког одељења и заменик Мопертуиов. Огроман обим послова обавља Ојлер, учествујући и водећи самопрегорно многе организационе послове Академије За 25 година у Берлину пише 380 радова, велики број књига. За све то време, Ојлер задржава чврсте везе са петерсбуршком Академијом. Објављује радове у Русији, набавља научни материјал за Русију, доводи ученике из Русије.

• 1754. Умире Мопертуи. Ојлер води Академију, али не постаје Председник. Један од корена размимоилажења између Фридриха и Ојлера, била је Ојлерова религиозност.

• 1762. На руски престо долази Катарина II Велика.

• 1763. Фридрих II именује за Председника Академије д'Аламбера, са којим Ојлер није био у најбољим односима. То погађа Ојлера. За 25 година проведених у Берлину, Ојлер је написао 380 радова и велики број књига.

• 1766. Повратак у Русију на позив Катарине II Велике. После болести, Ојлер је скоро скроз ослепео. Након повратка, ствара скоро половину свог опуса. Ојлерови услови у преговорима са Катарином били су: плата 3000 рубаља, место академика-физичара за сина Јохана-Албрехта, одговарајућа места за још двојицу синова, један је био артиљерац, а други лекар. Ојлер је уз то захтевао кућу и место потпредседника Академије уз чин ... Од свих услова, управо чин је одбијен. Катарина II је то одбијање извела, уз дипломатско мајсторство, следећим речима:

"Дала бих му чин, да се не бојим да ће га то поистоветити са многим људима који нису вредни г. Ојлера".

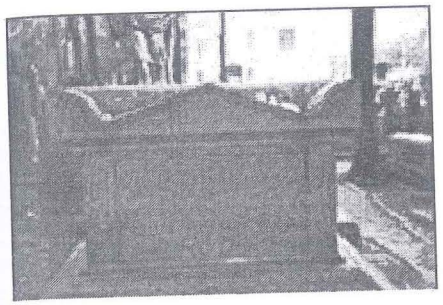
Ова епизода верно одсликава снагу друштвених стега, присутних и у главама најпросвећенијих апсолутиста тога доба.

17. јула 1766. Ојлер се враћа у Санкт-Петерсбург. Те, 1766. умире му жена. Ојлер се затим жени женином сестром.

• 1771. У пожару, гори Ојлерова кућа. Од ватрене стихије, Ојлер је сачувао и себе и рукописе. Дуго припремана операција катаракта није успела, јер се Ојлер није придржавао мировања. За последњих 15 година живота, слепи Ојлер је издиктирао 400 радова и 10 књига.

• 1783. 18. септембар: "Леонард Ојлер је умро и престао да рачуна."

(маркиз Кондорсе)[1]



Ојлеров саркофаг

Сумирајући, можемо рећи да се Ојлеров животни пут састојао од четири периода, детињства и ране младости, проведене у родној Швајцарској од 1707. до 1727, затим долази први петерсбуршки период од 1727. до 1741, берлински период траје од 1741. до 1766. и последњи, други петерсбуршки период обухвата последњих двадесет седам година живота, од 1766. до смрти 1783.

4. Преглед неких резултата Леонарда Ојлера

4.1 Теорија бројева

После Диофанта Александријског, дубока истраживања теорије бројева наставио је у XVII веку Пјер Ферма. Ферма, сагласно тадашњим обичајима, није објављивао своје доказе. Ојлер је доказао све резултате које је добио Ферма, оповргао једну теорему. Велика Фермаова теорема у потпуности је доказана тек сасвим недавно, пре петнаестак година (А. Вајлс).

[1] "...il cessa de calcular et de vivre..."

Ојлер је доказао Велику Фермаову теорему за почетне вредности $n = 3$ и $n = 4$.

Велика Фермаова теорема тврди да једначине

$$x^n + y^n = z^n$$

немају целобројних решења за $n > 2$.

Ојлер је дао и велики допринос уопштавању Мале Фермаове теореме. Мала Фермаова теорема тврди да за прост број p и узајамно прост с њим број a важи да је остатак при дељењу броја a^{p-1} са p једнак 1.

Формулама, Мала Фермаова теорема се записује:

$$a^{p-1} \equiv 1 \quad (mod\, p), \qquad (p, a) = 1.$$

Ојлер је увео такозвану Ојлерову φ-функцију, где је

$$\varphi(m)$$

број узајамно простих бројева са m, који су мањи од m.

Ојлерова теорема каже да је остатак при дељењу броја $a^{\varphi(m)}$ са m једнак 1, ако су a и m узајамно прости. Формулама, Ојлерова теорема се записује:

$$a^{\varphi(m)} \equiv 1 \quad (mod\, p), \qquad (m, a) = 1.$$

Приметимо да у случају простог броја p важи:

$$\varphi(p) = p - 1,$$

тако да се лако види да Ојлерова теорема представља уопштење Мале Фермаове теореме.

Ојлер је развио теорију квадратних остатака.

Бавио се и Пеловом једначином

$$x^2 - Ay^2 = 1,$$

где се подразумева да A није потпун квадрат. Ојлер је наслутио да је услов решивости да се A разлаже у периодични верижни разломак. Касније је Лагранж строго доказао ово тврђење.

Ојлер је засновао и аналитичку теорију бројева. Изучавао је ζ-функцију

$$\zeta(s) = \sum \frac{1}{n^s}.$$

Међународној репутацији Ојлера значајно је допринело израчунавање

$$\zeta(2) = \frac{\pi^2}{6}, \quad \zeta(4) = \frac{\pi^4}{90}, \quad \zeta(6) = \frac{\pi^6}{42 \cdot 6!}.$$

Ојлер је дошао и до опште формуле

$$\zeta(2n) = C_{2n}\pi^{2n}.$$

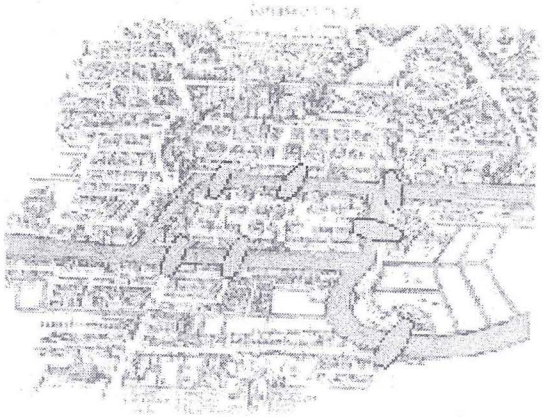
Као фундаменталан допринос Ојлера аналитичкој теорији бројева, сматра се његова формула

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = \prod_{p\, prime} \frac{1}{1 - \frac{1}{p^s}}.$$

Ојлерове радове из теорије бројева сакупио је Н. Фусс у делу *Commentationes Arithmeticae Collectae.*

4.2 Теорија графова

Ојлер је засновао Теорију графова као научну дисциплину, бавећи се, у то време познатим проблемом о седам кенигсбершких мостова. Питање је било може ли се обићи Кенигсберг, тако што би се преко сваког од његових седам мостова прешло тачно једном.



Ојлер је проблем решио 1736. године тако што је формулисао и доказао три општа принципа, три теореме теорије графова:
а) Број непарних темена графема је паран.
б) Ако су сва темена графема парна, могуће је нацртати граф полазећи од било ког темена.
в) Граф са више од два непарна темена немогуће је нацртати у једном потезу.

4.3 Геометрија

Објавио 75 радова из геометрије. Први је изложио систематски аналитичку геометрију у простору, у делу *"Увод у анализу"*.

Увео је тзв. *Ојлерове углове* којима је описивао ротације.

• 1752. *"Доказ неких фасцинантних својстава тела ограниченим равним странама"*. Дао је доказ знамените *Ојлерове формуле за конвексне полиедре:*

$$T - I + P = 2,$$

где је T - број темена, I - број ивица, P - број пљосни. Ову Ојлерову формулу можемо сматрати **историјски првом великом тополошком теоремом.**

• 1760. "Истраживање о кривини површи" даје формулу за радијус кривина нормалног сечења површи.

• 1769. "О ортогоналним трајекторијама".

• 1771. "О телима чија површ може бити развијена у равни". Ојлер је класификовао овакве површи које се своде на случај конуса, цилиндра или фамилије тангенти на неку просторну криву.

5. Ојлеров допринос механици

Ојлеров опус је задивљујуће разнолик. Огроман допринос науци дао је и у области Механике, Опште физике и Астрономије као и у области уџбеничке литературе и популаризацији науке. Његова научна радозналост се није заустављала на теоријским разматрањима већ је дубоко задирала у област примене теоријских резултата. Лепеза његових резултата иде од решења суптилних теоријских проблема, пионирских продора у нове теорије, преко практичне примене теоријских резултата до чисто инжењерских конструкција.

Од укупног броја радова у области Механике 26% припада општој механици, 38% механици крутог тела, 42% механици еластичних тела, 8% механици флуида, 30% теорији механизама и 14% науци о морепловству.

5.1 Општа механика

Славу у области механике Ојлер је стекао двотомним делом Механика или наука о кретању изложена аналитички (1736 - 1737). У њему је Ојлер изложио своју концепцију механике тачке и програм даљих истраживања. Усвојивши Њутнову аксиоматику,

диже механику на ниво аналитички изграђене теорије. Интересантно је његово истраживање појма силе коме посвећује посебан рад: "Истраживање извора силе". За разлику од Њутна који је своје дело *Математичке основе природне филозофије*[2] написао ослањајући се само на геометријске конструкције, Ојлер користи диференцијални рачун и на тај начин ослобађа читаоца потребе за интуитивним решавањем компликованих геометријских конструкција, које је Њутн користио са невероватном вештином. "Онај ко се довољно сналази у (математичкој) анализи може с необичном лакоћом и без помоћи прочитати цео рад" – пише Ојлер у предговору. У "Механици" Ојлер разматра проблеме кретања материјалне тачке у срединама без отпора и са отпором, кретање тачке по површи и кретање у централном пољу. Уводи нове појмове и прецизно формулише теореме. Ојлеров допринос механици тачке изванредно афирмише Њутнову теорију. Пут који је Ојлер трасирао у аналитичкој механици наставио је Лагранж па се њих двојица сматрају творцима аналитичке механике.

Прво систематично изучавање варијационог рачуна и његове примене у механици припада Ојлеру. Радове из ове области Ојлер је први пут објавио 1744. године у књизи *Методе испитивања кривих са особинама максимума и минимума* коју је Каратеодори оценио као "...најлепши математички рад који је икад написан." Поред општих теорема, рад садржи решења већег броја занимљивих задатака. Показано је, на пример, да су катеноид и прави хеликоид минималне површи. Истина, Ојлер није први поставио варијациони задатак; познато је да су пре њега, Ферма и Јохан Бернули, решавали задатке тражења екстремала, али су они решавали проблеме сваки на свој посебан начин. Ојлер је поставио општи метод решавања таквих задатака.

Суштину његовог метода приказаћемо укратко на примеру одређивања минималне (екстремалне) вредности интегралног функционала заданог на скупу глатких кривих дефинисаних на одсечку [0,1] бројне осе. Задатак се решава у следећа три корака:

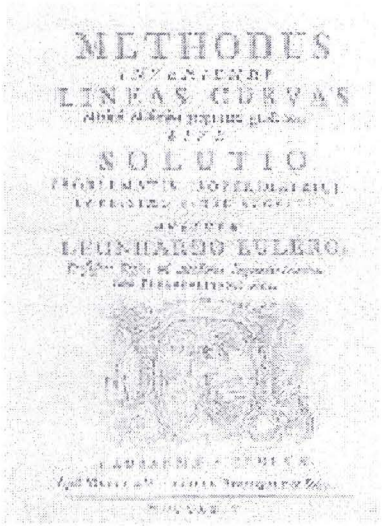
1)Одсечак [0,1] се разбија на подинтервале мале дужине (Δx).

2)Интеграл се замењује интегралним збиром.

3)Ординати у једној граничној тачки подинтервала саопшти се прираштај и постави једначина која изражава везу између про-мењених величина.

[2] PHILOSOPHIAE NATURALIS PRINCIPIA MATEMATICA, 1686

Гранични облик ове једначине, када $\Delta x \longrightarrow 0$, представља диференцијалну једначину коју мора задовољавати решење задатка, ако постоји.


METHODUS
LINEAS CURVAS
SOLUTIO
LEONHARDO EULERO

Овом проблему Ојлер се враћа после писма које му је 19-годишњи Лагранж послао 1755. године, у коме му износи своју технику варирања. Ојлер прихвата овај, по њему, револуционарни метод, назива га "варијациони рачун" и примењује у решавању нових задатака. Предност ове нове елегантне технике је у томе што не захтева сложена геометријска разматрања, која је Ојлер проницљиво изводио.

Изванредно значајну примену варијациони рачун има у варијационим принципима. Ојлер је први коректно формулисао принцип механике данас познат као *Мопертуи-Ојлер-Лагранжов принцип* или *принцип кратког дејства.* Мопертуи је 1751. године објавио општи став – принцип из кога би требало да произађу сви природни закони. Но, тај принцип је изложио тако конфузно да се није могао разумети. Убрзо се појавило пуно опонената, међу којима је најоштрији био швајцарски математичар Кенинг. У полемику су се укључили и Фридрих Велики, који је бранио свог дворског математичара, председника Берлинске академије, овенчаног

славом "великог сплоштитеља"[3] и Волтер који није пропустио прилику да се наруга ексцентричном Мопертуиу. Ојлер је стао на страну Мопертуиа; развија његову идеју тако што " дејство" ***mvs*** (производ масе, брзине и пута), које је увео Мопертуи, замењује дејством у интегралном облику $\int_0^s mvds$. Ова, суштински битна интервенција је омогућила Ојлеру да оно што је Мопертуи изложио нејасно и неубедљиво, формулише коректно и убедљиво. У савременом облику принцип гласи:

Да би крива $q : [0, t] \to R^n$ *представљала кретање конзервативног система потребно је и довољно да буде екстремала функционала*

$$F(q(\cdot), t) - \int_0^t 2T(\dot{q}(\tau), q(\tau))dt$$

на скупу глатких кривих које леже на еквиенергијској хиперповрши

$$H(\dot{q}(t), q(t)) = 0.$$

Ово је први корак у увођењу интегралних принципа у механику. Следећи корак направио је Хамилтон тек 1834. године. Занимљиво је да је с математичке тачке гледишта први корак знатно компликованији: Мопертуи-Ојлер-Лагранж-Јакобијев принцип је, с математичке тачке гледишта, сложенији од Хамилтоновог, јер се ради о екстремали на подмногострукости. Тако скуп трајекторија на којима се тражи екстремала није произвољан као у Хамлтоновом принципу. Уз то, и горња граница функционала није фиксирана.

Варијациони метод има велику улогу у класичној Њутновој механици (варијациони принципи су еквивалентни Њутновом систему аксиома), Хамилтоновој механици, специјалној и општој теорији релативности, електродинамици, квантној механици, нумеричким методама...

[3] Као вођа експедиције која је успешно извела мерење мердијана у Лапонији што је потврдило Њутново тврђењу о спљоштености Земље у правцу полова

5.2 Механика крутог тела

У кинематици крутог тела Ојлеров допринос је по обиму и садржају готово исти као у тригонометрији: доказао је више важних теорема и извео дефиниције у облику у коме се и данас служимо. Наводимо неколико примера.

Конструисао је конфигурациону многострукост крутог тела које се обрће око непомичне тачке. Локалне координате на тој многострукости су добро познати и већ помињани Ојлерови углови. Ова многострукост се показала као најподеснија за математичку анализу кретања. Извео је формулу за одређивање положаја тачке крутог тела, у литератури познату као Ојлеров образац и увео верзор коначне ротације.

Његов допринос кинематици илустроваћемо и једном теоремом: Свака изометрија простора која чува оријентацију и има бар једну непокретну тачку јесте ротација чија оса садржи ту тачку.

Динамику крутог тела Ојлер је изложио у књизи *Теорија кретања крутих тела* објављеној 1765. године. Може се рећи да оно што је Њутн урадио у динамици тачке, то је Ојлер урадио у динамици крутог тела. Своју теорију динамике крутог тела изградио је полазећи од дефиниције својстава крутог тела и аксиома аналогних Њутновим. Увео је низ нових појмова попут момента инерције и главних оса инерције. Кретање тела разлаже на кретање центра маса и ротацију око тог центра. Поставља једначине обртања крутог тела око центра инерције познате као *Ојлерове једначине.* Решава у коначном облику један од три могућа специјална случаја проблема обртања тешког тела око непомичне тачке. Ојлерове једначине за обртање тела око непомичне тачке уопштио је Поасон. Решавање Ојлер–Поасонових једначина спада (као и проблем три тела) у најзначајније и најлепше проблеме теоријске механике (заправо, математике) којим су се бавили највећи умови.

У посебним радовима из ове области третирао је и друге проблеме везане за механику крутог тела: трење, осциловање, равнотежа, итд.

5.3 Механика еластичног тела

Ојлеров допринос теорији еластичности је од изванредног значаја, како са теоријске тачке гледишта, тако и са гледишта практичне примене. Заједно са Данијелом Бернулијем извео је једначину еластичне линије греде. Веома значајан допринос Ојлер је дао у области стабилности аксијално оптерећених штапова. У вези са овим проблемом разматра и појам бифуркације решења диференцијалних једначина. Овој теми враћао се више пута у периоду од 1744. до 1778. Његова дефиниција стабилности, по природи статичка, ни данас није изгубила значај упркос огромном развоју Љапуновљеве теорије стабилности (која је динамичке природе).

Бројним радовима из области осциловања еластичних тела и струна, као и простирању таласа кроз еластична тела, Ојлер је видно допринео развоју ове теорије.

Ојлеров изванредни смисао за примену теоријских резултата нарочито је видан у области теорије машина и механизама. Радови из ове области су врло разнолики по темама, а по природи их има од чисто теоријских до инжењерских конструкција. Илустрације ради наводимо радове са темом о најбољем облику зуба у којима је после детаљног теоријског разматрања предложио облик зуба еволвентни профил који се показао оптималним по више својстава.

5.4 Механика флуида

Ојлерови резултати у теорији флуида су, такође, импозантни. У делу "Принципи кретања флуида", презентованом 1755. године у Париској академији, излаже основе модерне теорије флуида базиране на теорији поља. Идеју теорије поља увео је Д'Аламбер, а Ојлер је први применио у механици флуида. Најзначајнији резултати у овој области су: увођење теорије поља у механику флуида, једначина кретања флуида (познате као "Ојлерове једначине"), једначина континуитета, анализа утицаја трења на кретање флуида, увођење теорије потенцијала.

Бави се проблемом протицања течности кроз канале и речним током, узимајући у обзир утицај трења. Разматра функционисање крвотока. И овде долази до изражаја његов смисао за примену теоријских резултата: изучава ефекте рада хидраулич-

них механизама и њиховом конструкцијом. На пример, конструисао је систем млазног погона са клипном пумпом. По налогу Фридриха Великог направио је водоскок у врту владара. Додуше, Фридрих није био баш задовољан водоскоком, што у једном писму поверава Волтеру.

Интересантно је да се Ојлер целог живота бавио проблемима везаним за кретање бродова и бродоградњу. У периоду од 1727. до 1780. написао је 12 радова из ове области у којима је, примењујући теоријске резултате механике флуида и варијациони рачун, испитивао оптималне перформансе брода (укључујући и дизајн). Посебно се истиче обимно дело *Теорија брода или расправа о конструкцији и управљању брода* из 1749. У уводним разматрањима Ојлер дефинише притисак, а потом, укупну силу потиска, која делује на потопљено тело, израчунава интеграљењем по делу површине у води. Уводи претпоставке о дејству притиска. Прецизно израчунава све силе које дејствују на потопљено тело и дефинише критеријум стабилности. Све то примењује на брод и то у облику погодном за нумеричко израчунавање.

У какве детаље је улазио сведочи рад "Конструкција доброг витла за подизање сидра".

5.5 Астрономија и општа физика

У области астрономије Ојлер се бави кретањем Сунца и Месеца. Из тог проблема родио се задатак трију тела који је Ојлер први формулисао као чист математички задатак. Решио је један специјалан случај, у литератури познат као "ограничени задатак".

Разматрао је и опште проблеме кретања небеских тела, посебно кретање планета и комета, одређивао њихове орбите, помрачење Сунца, паралаксу, астрономске пертурбације, плиму и осеку.

Радови у области опште физике припадају, углавном, акустици и оптици. Од укупног броја ових радова скоро 83% припада радовима из оптике. Занимљиво је да је радио и на конструкцији микроскопа.

Ојлер се бавио и теоријом музике. Године 1739. објавио је рад "Tentamen novae theoriae musicae" у коме покушава да компонује музику слажући тонове по математички израженом правилу.

Међутим, како и сам примећује, то је било "...сувише напредно за музичаре, а сувише музикално за математичаре."

6. Епилог

О Ојлеровом дидактичком дару сведочи и уџбеник Алгебре, који је доживео десетине и десетине издања. Ојлеров смисао за педагошки рад и популаризацију науке види се из његовог дела "Писма принцези", које представља својеврсну енциклопедију савремене науке тога доба. Ојлер је једно време био ангажован и као учитељ једне немачке принцезе. Написао јој је око 200 писама у којима је на популаран и доступан начин, трудећи се да разуме позицију читаоца, дочарао стање у природним наукама. Писма су сабрана у зборник, и деценијама су представљала прави бестселер. Овај зборник је и значајан извор Ојлерових теолошких размишљања и ставова.[4]

Ојлер је имао и задивљујуће рачунске способности. Многобројни, комплексни и сложени рачуни били су основа многих научних резултата и битно су подупирали Ојлерову интуицију. Тако је Араго говорио: *"Ојлер рачуна, као што човек дише"*.

Наравно, огромни рачуни, многи извођени усмено, уз битно оштећен вид током великог дела живота, утицали су на појаву грешака у Ојлеровим радовима. Те грешке не изненађују када се има у виду обим Ојлеровог дела. Оне су биле извор критика које нису мимоишле ни Ојлера.

Када о критикама говоримо, поменимо и занимљив став академика С. И. Вавилова:

"Геније Ојлеров је био суштински математички... он није добро осећао експеримент... Математичком генију Ојлера недостајала је физичка интуиција Њутна или Хајгенса, која би омогућавала погађања решења у одсуству тачне математичке формулације или метода решавања."

Међутим, рекло би се да је Ојлерово дело много верније осликано речима

"Слава и заслуга Гауса неће се умањити ако укажемо да многе идеје и методи које је он блиставо користио у "Disquisitiones generales", постоје већ код Ојлера (мада често непотпуне) као што су Гаусово пресликавање, параметарско задавање површи,

[4] Лутеранска црква помиње Ојлера у списку светих 24. маја.

услови изометричности, испитивање геодезијских..." (Комерле, Делоне).

Сам Гаус је овако описао Ојлерова достигнућа:

"Изучавање Ојлера остаје најбоља школа у различитим областима математике, и ништа друго је не може заменити."

Ми ћемо завршити овај кратки преглед Ојлеровог живота и рада, речима Лапласа:

"Читајте Ојлера, читајте Ојлера – он је наш заједнички учитељ!"

ГАЛИЛЕЈЕВА РЕТОРИКА

Зоран Стокић

Апстракт: *У огледу се преиспитује Галилејева улога у науци. Показује се да је у Галилејевим делима мало – ако их уопште и има – великих нових и оригиналних идеја из физике и математике. Разлог због кога је он заслужио да буде сматран једном од икона науке крије се у чињеници да је он заправо мајсторском реторикom приморао научнике и филозофе да подигну стандарде свога мишљења и својих расправа када је у питању научни метод и епистемологија.*

Овим радом покушаћемо да доведемо у сумњу вековну слику о Галилеју као великом физичару и математичару и предложићемо једну нову, чини нам се много реалнију[1]: Галилеј – вешти латински реторичар. Наиме, по свом образовању он се никако не може сматрати ни научником ни филозофом, а у његовим књигама нема открића и оригиналних научних мисли, већ - у изобиљу - «ЛОГИКЕ УБЕЂИВАЊА». Данас име Галилеа Галилеја (1564 – 1642) представља синоним мучеништва и победе у борби за нову науку. Боље упућени везују то име одмах за *"Epur si mouve!"* - дефинитивну превагу хелиоцентричног над геоцентричним системом света *("Dialogo... sopra i due massimi sistemi del mondo...")*, као и за његова техничка достигнућа - астрономски дурбин и хидростатску вагу. А експерти би говорили о његовом динамичком разумевању света (појму убрзања и инерције), оличеном у законима слободног пада и косог хица, тј. о његовом

[1] Међу најважније ауторе који су до сада највише урадили на стварању те нове слике о Галилеју могли би се сврстати ови:
- A. Koyre: "Etudes galileennes" Hermann, Paris, 1966; "La loi de la chute des corps: Galilee et Descartes", Revue Philosophique, mai-aout 1937, p. 149-204; "Galileo and Plato", Journal of the History of Ideas, V. 4, 1943, p. 400-428;
- E. Cassirer: "Wahrheitsbegriff und Wahrheitsproblem bei Galilei", Scientia, Rivista internazionale di sintesi scientifica, Bologna, v. LXII, fasc. di Agosto, 1937, p. 126-130; "Galileo's platonism", in: "Studies and Essays in the History of Science and Learning", New York, 1946, p. 277-297;
- P. Feyerabend: "Against Method", London, 1975;
- E. Panofsky: "Galileo as a Critic of the Arts", The Hague, 1954, in 4ж, p. 41.

главном делу *"Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze"*.

Циљ овог рада је, међутим, да оспори стандардно ортодоксно гледиште о овом научнику[2] и да покаже да је, у суштини, Галилеј само један у низу важних мислилаца на путу од Аристотелове ка Њутновој науци, а никако да је он сам - синоним читаве модерне науке. У жељи да примерима поткрепе своје филозофске системе, већ вековима се разни филозофи позивају на Галилејев "научни метод". Материјалисти и позитивисти, на пример, виде у Галилеју човека који је својим експериментима рационално успео да "покаже и докаже" Коперников систем света, као и законе инерције, косог хица итд. Сагледамо ли, међутим, и Галилеја из једног новог угла, што је могуће непристрасније и, дакле, поштеније (што је данас, свакако, много лакше него некада), увидећемо да он, заправо, није поседовао никакав одређени НАУЧНИ МЕТОД. Надаље ће на овом предавању бити доказано да Галилеј нема ПРИОРИТЕТ што се тиче било ког закона који му се приписује, те да исто тако није први конструктор ни телескопа[3] ни часовника[4] нити је први открио појаву Сунчевих пега[5]. Оно у чему

[2] по коме је он "оборио застарела и погрешна учења схоластичара, те да је, служећи се експериментом и рационалним расуђивањем, потпомогнуто геометријским и математичким обрасцима, створио нов метод за испитивање природних појава" - М. Миланковић, "Историја астрономских наука", Београд, 1979, стр. 78.

[3] Углавном се превиђа чињеница да је 1604. год. у Франкфурту штампана Кеплерова "Оптика" ("Ad vitellionem paralipomena, quibus astronomiae pars optica traditur"), где он развија теорију свог телескопа са конвексним окуларом и где се дају тачна правила за одређивање жижних даљина и увеличања телескопа, затим истанчан опис структуре ока, као и механизам гледања, принцип црне коморе... У Фрајбургу један исусовац, професор математике, Кристоф Шајнер, по Кеплеровим упутствима конструише први телескоп. Године 1608. Ханс Липерсхеј, и независно од њега Жак Мецијус, конструишу своје телескопе, који се већ те исте године продају по Паризу и Венецији. Први који је телескоп уперио у небо био је знаменити оксфордски математичар и астроном Томас Хериот (јула 1609). Са Хериотом и Кеплером Галилеј се дописивао, тако да Галилеју по питању телескопа не може припасти никакав приоритет. Галилеј је свој први телескоп, који је увеличавао три пута, конструисао крајем августа 1609. год.

[4] Претпоставку о независности периода клатна од амплитуде осциловања пре Галилеја користили су у средњем веку конструктори уређаја за дијагностицирање помоћу пулса. (Занимљиво је да су Кинези сличан уређај употребљавали већ преко 1000 година, разликујући чак 200 врста пулсева! - Док су Европљани "стигли" до неких 30.) Са том направом упознао се Галилеј на студијама медицине. Уређај се састојао од једне плоче са клином, за који је било закачено уже са тегом на крају, који се могао зањихати. На плочи је била урезана дијагностичка скала ("грозница", "малаксалост"...). Лекар је прстом контролисао дужину ужета, тежећи да синхронизује пулс пацијента са осциловањем клатна. - Како применити клатно

Галилеј има приоритет јесте неколико открића у вези са небеским телима, а која су публикована у "Звезданом гласнику", али због којих он никако не би био нешто посебно истицан у историји науке. То је откриће ВЕНЕРИНИХ МЕНА и ЈУПИТЕРОВИХ САТЕЛИТА[6], а чак и када би му се признао приоритет по питању праидеје закона ИНЕРЦИЈЕ и РЕЛАТИВНОСТИ - опет није то оно због чега је Галилеј изборио привилегован положај у историји науке: он се за такав положај, пре свега - па, може се рећи, и искључиво – изборио фанатичним залагањем за изградњу нове мета-парадигме мишљења, а што се најбоље може пратити на његовој разради принципа релативности.

Започињући на том плану праву пропагандну кампању, он се, међутим, служио углавном идејама других научника: Филопона, Буридана, Бредвордајна, Свајнсхеда, Орема, Бенедетија, Кеплера, Кавалијерија... Но ако је већ и имао некакву ирационалну потребу да подржи Коперников систем света, Галилеј није покушао да уз помоћ тих идеја тај систем провери (те да неким експериментом покаже његову исправност - јер то, уосталом, није ни могуће), већ је кренуо обрнутим путем: почео је оживљавати старе провере Аристотелових гледишта, чијим је побијањем сматрао да аутоматски обезбеђује легитимност Копернику.

Међутим, у то време сваки покушај оспоравања Аристотелових гледишта још је значио супротстављање уопште разуму, значило је то сукобити се са тадашњим поимањем улоге чула као сасвим објективних ентитета: управо је такво схватање о чулима толико векова обезбеђивало легитимност Аристотеловој "физици", одн. филозофији природе. А силогистичка форма те Аристотелове квалитативне "физике" учинила ју је идеалним таутолошким теоријским системом. Стога, да би се поткопала та тако стабилна грађевина, било је нужно створити једно потпуно ново искуство! Требало је обновити старе Филопонове експерименте,

у сатном механизму - то Галилеј никако није могао разрешити, иако је 1612. год. италијански лекар Санкторије успео да доведе у везу клатно са системом зупчастих точкића. Еру веома тачних часовника (а без којих су немогући поуздани експерименти) означиће тек Хајгенсов часовник са клатном.

[5] Наиме, 1607. год. Кеплер без употребе телескопа опажа на Сунцу једну тамну мрљу (пегу). Крећући се Кеплеровим трагом, Јохан Фабриције, а затим и Шајнер, неколико месеци пре Галилеја, посматрали су Сунчеве пеге и то прецизно записали. Наравно, Галилеј се дописивао и са Шајнером.

[6] Заправо, ни ту Галилеј није први. Симон Марију 1609. год. помоћу Мецијусовог телескопа први уочава Јупитерове пратиоце. Био је то први доказ нетачности "Аристотеловог" космоса, у коме сва небеска тела искључиво круже око Земље.

требало је увести мисаоне експерименте који се заснивају на низу идеализирајућих поставки.

Не могавши да другачије избегне ту незгодну чињеницу да се коперниканизам коси са низом очевидних чињеница, Галилеј прибегава оксфордској кинематици[7], те уз њену помоћ креће у конструисање НОВОГ емпиријског искуства. Међутим, то надгласавање средњевековног суперрационалног перипатетичког ума постигнуто је пре свега "ирационалним средствима, као што су пропаганда, емоције, ad hoc-хипотезе и позивањем на предрасуде сваке врсте".[8]

Преокретање структуралног простора Аристотелове "физике" у функционални простор нове науке, које је започето у ренесанси, преокретање митског појма времена[9], које је започео Платон у "Тимају", у стално равномерно, непроменљиво време, време Кеплерових закона, дало је Галилеју тај неопходни нови мисаони медијум - средство да стара чулна опажања уобличи у нови систем искуства. А то је значило укидање оног што је непосредно дато у чулном запажању (где, на пример, место, на коме се неки предмет налази, није нешто што би се могло одвојити од садржаја - од тог предмета - који се ту налази) за рачун конструктивно произведеног метричког простора математике. "Анизотропни", "нехомогени", физиолошки простор чулног запажања замењен је изотропним, хомогеним простором чистог сазнања Еуклидове геометрије.

Интуиција конкретних ствари (Аристотелове "физике") замењивана је, значи, интуицијом једног чистог функционалног поступка.

Било је то уздизање чулних квалитета на ниво математичких величина, које је могуће егзактно дефинисати. Физика слика уступала је место физици принципа.

За разлику од Леукиповог и Демокритовог атомизма који није садржавао никакво опште мисаоно средство за приказивање "промене" (никакав принцип на основу којег се може учинити појмљиво, и законито одредити, узајамно дејство атома), Аристотел

[7] чији су најпознатији представници Томас Бредвордајн ("Расправа о кретању", Оксфорд, XIV век) и Ричард Свајнсхед ("Књига израчунавања", Оксфорд, XIV век).
[8] P. Fajerabend, "Protiv metode", Sarajevo, 1987, st. 144.
[9] Хераклит: "Време је дечак који се игра..."

је напредовао до стварне анализе феномена самог кретања. Кретање је ту остварење оног што потенцијално постоји.[10]

Аристотел је уз помоћ телеолошких принципа и силогистичког метода изградио структурну органицистичку теорију природних промена (кретања). Основни појмови Аристотелове "физике", међутим, скоро да и не постижу ништа више од чисто језичких појмовних обележја ("тешко"-"лако", "ретко"-"густо", "влажно"-"суво", "хладно"-"топло", "тврдо"-"меко", "пуно"-"празно"...). Била је то теорија природе која није превазилазила чулна искуства стечена непосредним посматрањем. У тој "физици" нису постојали природни закони ни експерименти, нити у њој постоје теоријски термини као што су БРЗИНА, СИЛА, МАСА, ТЕМПЕРАТУРА...

Већ је у Платоновој Академији простор геометрије почео да задобија карактер једнакообразности, сталности, а што је противречило чулном запажању. Изгледа да је баш та праидеја геометријског простора чистог сазнања, тј. идеја хомогености и изотропности простора, уплашила Аристотела, који није желео да верује у такве "сањарије"[11], чија би последица, по њему, била та да "геометријске тачке имају исту природу као звезде". Како веровати у кретање Земље, чудио се, затим, Аристотел, када то толико противречи непосредном опажању? Све је то допринело да Аристотел у темеље своје метафизике угради и идеју о "немешању родова", која није допуштала мешање физике и геометрије[12], те да развије и идеју о "непокретности" математичких бића. Дакле, будући да су Платонова математичка бића (идеје) била плод човекове уобразиље, будући да су нестварна и непокретна, морала су бити избачена из те "физике" која је желела да се бави само стварним, покретним објектима. Тако је Аристотелова "физика супстанце"[13] зауставила Платонов симболички метод грађења појмова.

[10] "Јер, 'природне' су оне ствари које, непрекидно покретане неким почелом што је у њима самима, стижу до неке сврхе" - Аристотел, "Физика", 199b, 15.
[11] "Ако је могуће тако нешто као математичка астрономија, онда ће постојати неко друго небо различито од оног чулног неба, једно друго Сунце и један други Месец, и сва ће се небеска тела на тај начин удвостручити, али како поверовати у такве сањарије?" - "Метафизика", B.2.997b, 15.
[12] У геометријски простор смештамо само апстрактна геометријска тела, док у физички простор смештамо реална тела - тако би савременим језиком била исказана једна од најпознатијих Аристотелових максима.
[13] Два прва узрока супстанце, две прве реалности, јесу материја и форма, актуелна и потенцијална, чије сједињење условљава појаву различитих природних ствари.

Тако на пример, Аристотел није наставио да развија метафору о "закону природе", која се појавила у "Тимају"[14], а и појам времена, који је Платон такође почео да развија у "Тимају"[15] - уместо даљег развоја - доживљава стагнацију: иако је, у Платоновом духу, Аристотел закључио да "време није кретање" ("Физика", 219б, 3) и да је оно, дакле, "некакав број"[16] ("Физика", 219б, 5), и таман када је припремио терен за напуштање природног језика, тј. у тренутку када се могло очекивати увођење једног чисто СИМБОЛИЧКОГ теоријског појма, - Аристотел се, вођен биолошком емпиријском интуицијом, поново враћа природном језику, тврдећи да "време, наиме, није број којим бројимо, него онај бројени; а тај - према пре и после - излази увек другачији, јер 'тренуци' су другачији" ("Физика", 220б, 7-10).

Захваљујући латинским преводима и коментарима Аристотелових трактата из логике и реторике[17] од стране Боетија, "последњег Римљанина" и "оца схоластике", било је у средњем веку једнако могуће говорити о св. Августину и Аристотелу. Боетијев покушај да Аристотела и Платона приближи хришћанској теологији, због његове изненадне и трагичне погибије, остао је тек на пола пута, без иједног превода Платонових дијалога.[18] Па

[14] Заправо, старост тог појма сеже још у даљу прошлост. Тако су у "Песми о стварању" Вавилонци 2000. год. п.н.е. приказали свог бога Сунца, Мардука, као бога који доноси законе и за не-људске природне појаве: он својим "декретима држи звезде на њиховим путањама". Данас више нема сумње да је та вавилонска метафора о "закону природе" тајним учењима пренета међу Грке и Јевреје. У научном смислу та се метафора о "закону природе", без које би било немогуће разумевање нове науке, поново јавља у Европи, званично, тек 1665. год. у "Филозофским радовима" енглеског Краљевског друштва.

[15] Време је ту посредник између видљивог и невидљивог света.

[16] "Оно /време/ је управо: бројчани израз кретања с обзиром на 'пре' и 'после'." ("Физика", 219b, 1-2) Или: "душа каже како постоје два 'сада', једно пре а једно после, тада и кажемо да је то време". ("Физика", 219b, 28-29)

[17] као што су: "О тумачењу"; "Прва и друга аналитика"; "Категорије"; "Индекси софизама"; "Топика".

[18] У предговору другом коментару уз Аристотелов трактат "О тумачењу" он је обећао: "Све финесе Аристотелове логичке вештине, сав значај његове моралне филозофије, сву смелост његове физике, ја ћу протумачити, придавши његовим делима потребан ред, превешћу их, снабдећу их својим објашњењима. Још и више, превешћу и коментарисаћу све Платонове дијалоге. Завршивши тај посао, потрудићу се да представим у извесној хармонији Аристотелову и Платонову филозофију и показаћу да се већина људи вара сматрајући да се ти филозофи у свему међусобно разилазе..." - цитирано према: Г. Г. Мајоров, "Формирање средњовековне филозофије", Београд, 1982, ст. 374.

ипак, Боетијеве књиге, као што су "Утеха филозофијом"[19], "Основи аритметике"[20] "Основи музике", заједно са Августиновим књигама о слободној вољи и музици, биће главни извори неоплатонизма средњевековне Европе.

У јеку овог историјског периода почели су се од XII века ту и тамо (у Византији, на Сицилији, у Француској и Шпанији) појављивати неки необични људи још необичнијих идеја. Њихов основни кредо био је вапај за слободом срца и ума. Одлични познаваоци разних језика, ти витезови маште и разума - за нас данас безимени! - стварали су неопходне услове за појаву италијанске друштвене ренесансе: Јован Шпански, Жерар од Кремоне, Михајло Скот... итд. На латински се преводе дела грчких, јеврејских и арапских филозофа - Аристотела, Мајмонида, Авицене, на пример. Преко превода Жерара Кремонског Латини су се око 1150. год. могли упознати са алхемијом и херметизмом Арапа.[21] А Бернард из Тура, упознавши се најпре са кинеским и египатским идејама о међузависности микро и макрокосмоса, могао је да напише једну од најчитанијих расправа XII века: "De mundi universitae sive megacosmus et microcosmus". Та је знаменита књига омогућила Европљанима да развију богата мистичко-медицинска учења, чији се битан допринос огледа и у тако раном развоју експерименталног метода у европским наукама. Био је то век сусрета и са вавилонском симболичком алгебром и, тада толико надмоћном, кинеском техником и технологијом: техником прераде руде у високим пећима, сегментним мостовима, бушотинама, разбојем, млиновима и часовницима на механичко-хидраулични погон, штампарским прибором, експлозивом, те разним инструментима који користе знање о магнетској поларности, екваторским начином праћења планета...

Та богата "предигра" и "вежба" ренесансе тријумфално се, крајем XIII века, завршила једном великом идејом Роџера Бекона о постојању ПРИРОДНИХ ЗАКОНА.[22] Веома апстрактна Беконова

[19] "Не позвавши се ни једном на Библију, Боетије се позива и на Платона, и на Аристотела, помиње Питагору, Сократа, Сенеку, стоике и епикурејце." - Г. Г. Мајоров, оп. цит., ст. 367.

[20] "'Аритметика' почиње указивањем на то да је Бог створио свет по моделу идеалног броја, од искона присутног у божанском разуму..." - Г. Г. Мајоров, оп. цит., ст. 383.

[21] У чувеној Џабировој "Науци о ваги" могли су прочитати да је алхемија она вештина која ће им открити све "везе које спајају оно што је видљиво са оним што је скривено".

[22] Бекон, у ствари, изгледа, само ревитализује стоичарску идеју; в. и напомену 14.

идеја морала је, међутим, на своју легитимност да чека све до појаве Бојла и Њутна. У самом Беконовом времену алегорија и симбола, времену великих идеја, али примитивних, неразвијених метода, та је метафора остала непримећена. Средњевековна је мисао још и тада везу између ствари тражила тако што је успостављала везу између сврхе и смисла. Била је потребна револуционарна картезијанска научна метода, у којој се као полазне тачке у научним теоријама узимају судови и ставови, а не сами појмови, да би се веза између ствари почела тражити искључиво у узрочно-последичном маниру. Изгледа да је тек са Декартовом "Аналитичком геометријом" и "Расправом о методи" постало јасно, како то тврди Касирер, да се сва наша спознаја простора и просторних релација може превести на нов језик, на језик бројева, и да се тим превођењем и преображајем истински карактер геометријске мисли може много јасније и прикладније схватити... "Нови критеријум истине, на којем почива Декартова филозофија, руши владајућу слику света 'супстанцијалних облика'... Сви квалитети осета искључују се из објективне слике природе: /јер/ они изражавају само особину субјекта опажања, а не особину предмета. Тиме су не само елиминисани мирис и укус, боја и тон, као објективна обележја, него су и особине као што је тврдоћа и тежина престале да буду нужна и конститутивна својства природних тела... Тако је оно што се обично назива материјом, у карактеру свог чистог бивства, сведено на простор, на димензију... Пут до 'рационалне' анализе природних појава води кроз просторну интуицију."[23]

Све то, међутим, још никако није онај Њутнов МАТЕМАТИЧКИ ПРОСТОР. Да би се до њега стигло, било је потребно закључити да апстрактни математички простор нема покрића и основа нити у психичкој нити у физичкој реалности. Прецизније речено, тек је Њутн закључио да тачка, права и раван нису ни психички ни физички предмети, они су, за њега, симболи апстрактних релација. А крајња консеквенца таквог размишљања јесте та да се ми у апстрактном математичком простору, значи, не бавимо ИСТИНИТОШЋУ СТВАРИ, него, пре свега, ИСТИНИТОШЋУ СУДОВА И ПРОПОЗИЦИЈА. У том разграничењу реалног од математичког простора лежи и сва надмоћ Њутновог метода у односу на Кеплера, али и у односу на Галилеја.

[23] Е. Касирер, "Филозофија симболичких облика", Нови Сад, 1985, III књига, ст. 396

Тако смо дошли и до две главне тачке разграничења између Њутна, са једне стране, и Галилеја и Кеплера са друге. Да би се Кеплер и Галилеј могли сматрати творцима новог научног метода, морали су имати оно што је, заправо, имао тек Њутн, а то је свест да се природне појаве могу успешно схватити и тумачити само уз помоћ ПРИРОДНИХ ЗАКОНА и ОПШТИХ ПОЈМОВА у којима је веза између СТВАРНОСТИ и ПОЈМА – СИМБОЛИЧКА.

Централно Кеплерово дело, "Хармонија света", није, како то многи још и данас мисле, никаква астрономска књига. Програм свог главног дела Кеплер је ненаметљиво изложио још у првој публикованој књизи, "Космографским мистеријама", године 1596. Ослањајући се на идеје Питагоре, Платона, Прокла и Кузанског, Кеплер се надао да ће управо њему поћи за руком да дâ најбољи могући магијско-симболички опис макро и микро-света. Кеплерова астрономија, онаква каква је дата у његовој "Новој астрономији" и "Рудолфовим таблицама", представљала је тада за њега једну од многих успутних станица (поред астрологије, теологије, теорије музике, мистике) кроз које је морао проћи да би доспео до сопственог кључа за покушај одгонетања хармоније света.

Његове херметичне књиге, међутим, готово да нико није ишчитавао до краја. Тако се догодило и то да су значај "Рудолфових таблица" Кеплерови савременици схватили тек годину дана након његове смрти: повод је било једно тачно предвиђање које је он ту дао, наиме да ће Меркур проћи испред Сунца дана 7. XI 1631. год. Мало по мало, Кеплерове таблице кретања планета (омогућене Брахеовим прецизним мерењима) постале су незаменљиви приручници у рукама астронома и астролога. Но таквим путем нису прошле и три Кеплерове "теореме" (површине, елипсе и обиласка). Већ и само погрешно нумерисање тих теорема сведочи о непознавању садржаја Кеплерових теоријских књига.

Ни сам Галилеј није имао стрпљења да помно ишчитава Кеплерове рукописе. Управо стога Кеплерове елипсе нису оставиле никаквога трага у Галилејевом делу. А без Кеплерових идеја није ни била могућа стварна револуција у науци (повезивање физике и астрономије), коју је Галилеј толико прижељкивао.

Пишући о Галилејевој физици и математици, готово сви аутори некритички баратају с неколико стереотипа: о томе како је Галилејева мисао била неаристотеловска, тј. да је била платоничарска, о томе како је Галилеј користио индуктивни метод, као и о томе да је био велики експериментатор (тј. некакав "латински Архимед"). Вековима се филозофи и физичари утркују у финги-

рању аргумената који би сведочили у прилог њиховим тврдњама, а што у Галилејевом опусу, несистематичном и пуном противуречности, ни није тешко постићи. Но када се сагледају и схвате све противуречности Галилејевог дела, схватиће се и то да се Галилеј целог живота заправо није еманциповао од Аристотелове филозофије природе. Тачније, Галилеј се целога живота хватао у коштац не са Аристотелом[24], већ пре свега са средњевековном перипатетичком праксом.

Везаност за Аристотелову догму о кружном кретању, као и за догму о коначности простора, онемогућила му је да дође до Декартовог и Њутновог принципа инерције са једне стране, те да прихвати Кеплерове елипсе с друге стране. Непотребну збрку око историјата принципа инерције створио је Њутн непромишљеном изјавом да је тај принцип преузео од Галилеја. Кључни термини у том принципу су СТАТУС, РАВНОМЕРНО и ПРАВОЛИНИЈСКО, а кључна идеја везана је за одсуство реалног простора; а тих елемената код Галилеја, заправо, уопште нема, али их зато има код Декарта![25] Галилеј одбија да расправља о узроцима кретања, његове се теорије не примењују на спољне појаве, "оне не спасавају те појаве, оне изражавају њихову суштину". Зато су његове хипотезе биле исувише конкретне: у њима је појава претварана у појам, а овај, пак, у слику која је стварала САМО ЈЕДАН коначан поглед, "реално ту представља инкарнацију математичког".[26]

За њега су хипотезе биле и остале материјалне истине физичког света, тј. он је био још далеко од хипотетичко-дедуктивних теоријских система једног Декарта или Њутна, који су се тако вешто користили непроверљивим симболичким системским хипотезама; те су хипотезе претварале појаве у идеје, а идеје у слике духовног а не чулног ока. Тек су Декартови "Филозофски принципи" заиста раскинули са аристотеловском интелектуалном традицијом. А Галилеј, уместо да поставља смеле симболичке хипотезе, заправо се непрестано грчевито држао Аристотеловог канона из "Друге аналитике", по коме "премисе у дедуктивном објашњавању морају, између осталог, бити истините, да се мора знати да су оне истините и да морају бити 'познатије' од експликандума"[27]

[24] "Природа је извориште кретања и промена." - Аристотел, "Физика", III, 1.
[25] R. Descartes, "Le monde ou traite de la lumiere", 1630, али први пут званично објављено у Лајдену, 1662. год.
[26] A. Koyre, "Etudes galileennes", op. cit., p. 155.
[27] E. Nejgel, "Struktura nauke", Beograd, 1974, st. 36.

То је само један од многих примера, који потврђује тезу о несталности Галилејевог делања, тј, слободније речено, он се стално налазио у раскораку, а да тога, вероватно, није био ни свестан: не разумевајући саму суштину математике, он преувеличава њен значај у природним наукама; декларативно потпуно против Аристотела, он се ипак везује за Аристотелову догму о кружном кретању и коначном простору; заговарајући нову науку, он не чини ништа да развије и њен метод...

Крећући се за следбеницима Платона и Аристотела, он је, са једне стране, догматизовао значај математичког у новим наукама, али, са друге стране, иако је себи прибавио и титулу професора математике, он уопште није био у стању чак ни да чита знамените књиге својих претходника, какве су биле "Сума аритметике" Луке Пачолија, из 1494, "Велика вештина" Кардана, из 1545, "Увод у аналитичку вештину" Вијета, из 1591, "Алгебра" Рафаела Бомбелија. Галилеј не само да није био упознат са савременом математиком, он за то, штавише, није имао ни жеље! Његов је математички аматеризам био последица његовог ренесансног погледа на ствари математике. Као и од реторике, у периоду ренесансе, и од математике се очекивала непосредна корист. Била је то "хуманистичка математика" која се појављивала под маском архимедизма. Корисност математике, која се већ била осведочила у архитектури, балистици, комерцијалним пословима, сликарству, али и астрологији и медицини, трајно је хипнотисала Галилејев ум. Тако је за њега математика била и остала ТЕХНИЧКА наука - она која је имала да буде везана за практичну геометрију те разноврсне процесе мерења везаних за време, висину, дужину, тежину и запремину. Вијетова "Алгебра нова", као и математичке мисли Кузанског, биле су стране Галилеју. Потпуно равнодушан за питања теоријске математике, он није умео, попут Кеплера, Робервала, Паскала, Фермаа, Кавалијерија, Торичелија, Валиса да у "божанственом Кузанском" наслути будући правац математичке "analysis infinitorum"; хришћанска пријемчивост за појам бесконачности њему је остала страна. Иако је обећавао синтезу физике и математике, он се није ни приближио ономе што тој синтези нужно претходи, а што је пошло за руком Декарту: синтези геометрије и алгебре. Без појма општег броја, појма променљиве, функције једне променљиве, инфинитезимале, није никакво чудо што Галилеј није био у стању да на математичким основама изгради динамику. Па и његова кинематика без тих базних математичких појмова безгранично је сиромашна. Без

појма извода нема ваљаног кинематског појма брзине и убрзања. Недостатак математичке дубиозности, какву су поседовали један Ферма, Робервал, Грегори, Кавалијери, Торичели, онемогућио је Галилеја да створи један хеуристички метод, један "modus operandi" који би му омогућио кинематску интерпретацију промене тренутне брзине. "Modus operandi" би му у геометријском третирању кретања омогућио да нађе нагиб тангенте у задатој тачки криве. Површно познавање Еуклидових "ЕЛЕМЕНАТА" било је Галилеју довољно да у геометријском третирању проблема кретања користи само Еудоксову теорију односа. Био је то повратак у XIV век, на кинематику Мертон-колеџа и Орема, где су се кинематске тврдње геометријски доказивале уз помоћ дијаграма. Без појма тренутне брзине био је принуђен углавном да се бави једноликим кретањем те да остане без дефиниције простора и времена. У свом великом опусу Галилеј нигде не успева да изгради јасну везу између простора и времена.

Не научивши ништа од својих математичких савременика, који су већ увелико конструисали разне инфинитезимале, Галилеју није остала друга могућност него да се при разради појма убрзања послужи пре свега схоластичким елементима, укључујући ту и схоластицима толико омиљени еклектицизам. Пошто су од Галилеја начинили синоним за нову математичку науку, историчари и филозофи науке упорно одбијају да у његовим радовима виде бројне схоластичке елементе. А заправо, схватимо ли Галилеја као некакво огледало, добићемо тај интересантан ефекат да се у њему огледа онај ко је пред њим: научник XX века видеће у Галилејевом делу обрисе модерне физике, а неки Аристотелов ђак мислио би да је Галилеј баш Аристотелов коментатор.

Можемо узети било који Галилејев теоријски резултат и увек ћемо бити у стању да покажемо његов особит дар за еклектицизам. На пример, проблем слободног пада: кратку историју тог проблема започећемо Аристотеловим запажањем датим у књизи "О небу", где се тврди да је "однос тежина /падајућих тела/ обрнуто сразмеран временима падања" (I,273б). Филопон Александријски, пак, у VI в. покушава да докаже нетачност овог Аристотеловог закључка. Позивајући се на посматрање и експеримент (те борећи се против било каквог вербалног аргумента), Филопон тврди да, ако са исте "висине пустимо два тела од којих је једно више пута теже од другог, /уочавамо/ да однос времена падања не зависи од односа тежина, /јер је/ разлика у временима веома мала. Ако је, рецимо, једно тело два пута теже од другог, разлике

у времену нема или је она неприметна." Чланови Мертон-колеџа у Оксфорду у XIV в. поставили су проблем слободног пада на математичке основе. Посебно је вредно пажње њихово третирање појма убрзања, као и њихово заснивање теореме о средњој брзини. Они тврде: "Убрзање се односи према брзини, као брзина према путу, јер као што се пут стиче брзином, тако се и брзина стиче убрзањем!" Када Галилеј 1638. год. у својој знаменитој "Расправи и математичким доказима о две нове науке", у "Трећем дану" (одељак о једнако убрзаном кретању), у теореми I, пропозиција I, и у теореми II, пропозиција II[28], буде говорио о слободном паду, односно природно убрзаном кретању, биће то дословно плагирање кинематских резултата мертоноваца. Теорему I, заједно са њеним доказом, експлицитно - а теорему II имплицитно – налазимо и код мертоноваца, а и код Николе Орема. Овај пример има особиту тежину, јер сви аутори, без изузетка, истичу да је тим математичким законом слободног пада $(s = \frac{pt^2}{2})$ створен нови метод за испитивање природе. Разлике постоје утолико што једни истичу да је до тог закона Галилеј дошао експериментом, а по другима помоћу извесних платоничарских елемената. Посебно је неутемељена тврдња оних првих - да су експерименти на стрмој равни и са торња у Пизи довели Галилеја до закона слободног пада. Јер, да би се један такав експеримент извео, а да се при томе сматра и валидним, морао би при кретању тела бити искључен отпор ваздуха, тј. тела би се морала кретати у вакууму. Али, прву ваздушну пумпу изградио је тек Герике 1645. год.[29] А и због врло непрецизног воденог часовника којим је мерио време, Галилејеви експерименти не задовољавају први и основни услов сваког мерења: да грешка при мерењу не сме бити реда величине

[28] Теорема I, пропозиција I: "Време у коме тело пређе пут прешавши из мировања у једнако убрзано кретање једнако је времену у коме би исти пут прешло исто тело крећући се једнаким кретањем чији је степен брзине половина од највишег и најнижег степена брзине ранијег убрзаног кретања." Теорема II, пропозиција II: "Ако неко тело пада крећући се једнолико убрзано из мировања, путеви које оно пређе, у којима год једнаким временима, односе се као двоструке размере њихових времена, тј. као квадрати њихових времена."

[29] Торичели је 1644. год. објавио резултате својих експеримената са цеви напуњеном живом, чиме је показао да је притисак ваздуха једнак тежини живиног стуба. Био је то доказ да није тачна средњевековна концепција, која је, наравно, потицала од Аристотела, по којој ваздух нема тежину. И сам Галилеј држао се Аристотеловог "horror vacui" (страха од празнине), што је још један пример његовог конзервативизма.

добијених резултата. Занимљиво је напоменути да у време извођења експеримената 1604, па, званично, све до 1638. год, Галилеј тврди да је у слободном паду брзина сразмерна пређеном путу, а не времену - у његовој нотацији: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{S_1}{S_2}$.

(Без мерних табела, без описа мерне опреме и тока мерења - ни његови савременици, а ни ми данас, никако не можемо проверити те Галилејеве наводно експерименталне резултате.) Приметимо да Декарт и Бекман[30] понављају Галилејеву грешку, тј. и они убрзано кретање везују за пређени пут.

Било како било, Галилеј тек пред крај живота даје нову формулацију проблема слободног пада. Шта га је, или, ко га је на то навео? Биће да је то, понајпре, његов изванредни ђак Кавалијери, математичар, један од ретких који је Галилеја заправо могао упознати са мертонијанском кинематиком, па и са чињеницом да је убрзано кретање, као и свако кретање, пре свега један временски феномен. Тај закључак је неизбежан када се зна да је Кавалијери користио временске или кинематске инфинитезимале које је користио и Орем при доказивању мертонијанске теореме о средњим брзинама.

Са једне стране, значи, Галилеј се прикључио учењима која су рушила средњевековну перипатетичку праксу, али ће зато, са друге стране, робујући Аристотеловој представи о природном кружном кретању, себи затворити пут ка двема значајним генерализацијама у физици: ка проблему косог хица и принципу инерције. У "Два система света", објављеним на италијанском 1632. год, а 1635. на латинском, Галилеј ће у "Другом дану" тврдити да се тело бачено у хоризонталном правцу (у вертикалној равни) креће по ПОЛУКРУГУ. У анализи тог кретања он користи две - по њему - истините премисе: да се место (торањ), са кога се избацује тело, креће кружно због ротације Земље, те да код сваког тела постоји тенденција да заврши кретање у центру Земље. После дијалошке анализе, Галилеј закључује да је линија путање избаченог тела полукруг, са почетком у месту избачаја и крајем у центру Земље. Истина, године 1638. Галилеј тај исти проблем решава у "Две нове науке" другачије: "При сложеном

[30] О заслужном (када је у питању проблем слободног пада) - а ипак мало познатом - Бекману видети, на пр. у: E. J. Dijksterhuis, "The Mechanization of the World Picture", Princeton, 1986, p. 329-333.

кретању, које се састоји из равномерно хоризонталног и природно убрзаног кретања, бачено тело /у вертикалној равни/ описује полупараболу" ("четврти дан", теорема I, пропозиција I). Но шта то све вреди Галилеју, али и свим пристрасним историчарима и филозофима науке, када је у Болоњи 1632. год, реагујући на Галилејеву књигу "Два система света", тј. на проблем хица, математичар Бонавентура Кавалијери показао нетачност Галилејеве анализе и да је, заправо, право решење не круг, већ ПАРАБОЛА![31] Тако је истинска слава за проблем хица, која *de facto* припада Кавалијерију, неправедно допала Галилеју.

Слично стоји ствар и са принципом инерције. Наиме, Галилејева повезаност некаквим невидљивим нитима за Аристотела огледала се још и у његовим великим симпатијама за Аристотелову представу о "склоности тела према паду". Па и када је једног тренутка превазишао Аристотелов појам кретања – кретања-ПРОЦЕСА - онда када је помислио да кретање треба представити као СТАЊЕ коме није потребан ни узрок ни стални покретач, дао се ухватити у Аристотелову клопку саморазумљивости, па је СТАЊЕМ прогласио и праволинијско (хоризонтално) равномерно и кружно равномерно кретање. Одвише сигуран у себе, није ни приметио на какав га криви пут одводи то изједначавање праволинијског и кружног кретања. Невоља није само у томе што је Галилеј кренуо на погрешну страну, много већа невоља је то што му његов скучен математички дух није омогућавао да те своје грешке увиди и исправи их. Он није умео да саму математику ослободи материјалности и да је тако сведе на чисту форму, није био у стању да од броја стигне до чисте апстракције, где коначно прелази у бесконачно, а променљиво у непроменљиво. Зато му се и догодило то саплитање о Аристотелову представу о "склоности тела према паду". Наиме, када хоће да "спречи" ту "природну склоност тела према паду", он испод тела поставља хоризонталну материјалну везу; зато се у његовом принципу "инерције" тело не креће у замишљеном, апстрактном, математичком простору, у одсуству других тела, већ се креће у физичком простору, по хоризонталном правцу, без трења. Галилеј наглашава одсуство трења, али не и одсуство материјалне везе, која је ту да спречи "тенденцију" тела према паду и баш зато се у његовом принципу тело креће праволинијски, по фаворизованом хоризонталном правцу.

[31] B. Cavallieri, "Lo spesshio ustorio, overo tratato delle settioni coniche et alcuin loro mirabili effeti intorno al lume, caldo, freddo, suono e moto ancora...", Bologna, 1632, XXXIX, p. 153.

Тек је Декарт први прешао тај амбис између реалног и математичког простора, што је касније омогућило Њутну да се уз помоћ своје метафоре о сили потпуно ослободи Аристотелове "тенденције тела према паду", те тако у принципу инерције одбаци сваку помисао о материјалној вези и привилегованом хоризонталном или вертикалном правцу.

Иако, с једне стране, ватрени заговорник нове науке, те обезбедивши себи још и титулу филозофа, Галилеј с друге стране није ништа учинио да развије метод те нове науке. У тражењу истине користио се ауторитетима, навиком, интуицијом, Кабарелином композитивно-резолутивном методом (неком врстом претече дедуктивно-индуктивне методе)... Све у свему, његова матрица стварања неодољиво подсећа на матрице стварања ренесансних духова. Ако се уопште и може говорити о Галилејевом научном методу, онда је он највише налик ренесансном креду "све иде"! Галилеју, који заправо није имао никакав развијен филозофски систем, најмање се може приписати некаква нова експериментална метода, како то често и упорно покушавају да докажу позитивисти и материјалисти.[32] Он није извео ни оне најједноставније експерименте, за које му ни није била потребна прецизна мерна опрема (а који би били илустрација за његов већ изграђен концепт о релативности кретања). Наравно, ту се, пре свега, мисли на чувени Гасендијев експеримент из 1649. године. Са врха катарке брода, који се кретао великом брзином, он је пустио да слободно пада један камен; и поред кретања брода, камен је пао дуж катарке, у њено подножје, јер га је његова почетна брзина (коју је примио од брода) покретала истим правцем и у истој мери као и брод. Био је то одговор на други Аристотелов аргумент о немогућности кретања Земље: јер, кад би Земља била покретна, мислио је Аристотел, због њеног великог пречника ободно померање било би толико велико, да би свако наше удаљавање (скок) изнад Земље проузроковало "истрчавање" Земље испред нас при нашем поновном паду на њу. Према духовном устројству какво је тада постојало у филозофији и наукама, било је ово крајње логично и рационално објашњење. Приговори на први и други аргумент против кретања Земље брзо су се појавили: већ код Аристарха и Филопона.

[32] "Галилејев експериментални рад практично је без вредности и он за свој углед експериментатора има да захвали неуморним напорима историчара позитивизма" - Уопште о тој теми погледати: A. Koyre, "Etudes galileennes" , op. cit.

Шта и колико тога један човек створи, не зависи само од његовог талента, времена и друштва у коме је живео, већ и од карактера и воље његове. Да се вољом и карактером пуно тога може постићи, управо Галилејев случај сведочи најбоље. СРОДИВШИ се са улогом научника, Галилеј је осећао потребу да сваком свом новом дијалогу да тон СЕНЗАЦИЈЕ. Својим расправама он је подједнако занео и научнике и филозофе и уметнике, али и теологе. Многи су се кардинали више дивили Галилеју, него неким црквеним оцима. Кардинал Барберини (а од 1623. год. - папа Урбан VIII) пише чак сонет у Галилејеву част! Ту се онда, природно, поставља питање: како је таква PERSONA GRATA могла завршити на оптуженичкој клупи инквизиције? По свој прилици томе је најпре кумовало Галилејево неумерено самољубље. Католичка црква, која је од самих почетака инструментализовала науку, дозволила је постојање разних математичких хипотеза у астрономији. Прецењујући своје моћи, Галилеј је почео своје научне хипотезе представљати као - апсолутне истине! Црквени великодостојници су покушавали да ствар са Галилејем изгладе. Ево шта кардинал Беларми 12. IV 1615. год. пише пријатељу Фоскерију: "... господин Галилеј мудро би учинио ако би се ограничио на то да говори под претпоставком (*ex suppositione*), а не апсолутно, како је то, верујем, чинио Коперник. Заправо, може се рећи да се све појаве могу много боље разјаснити ако се Земља узме као покретна, а Сунце као непокретно, него ако се користе ексцентрични кругови и епицикли."[33]

Не поступајући мудро, Галилеј је сам од себе направио жртву и мученика.

Упркос фанатичном оптимизму, Галилеј, који је годинама веровао у истинитост Коперниковог учења, никако није проналазио начина како да то својим пријатељима и непријатељима демонстрира. I онда, сасвим изненада, како то обично бива са великим идејама, Галилеј је на већ познате чињенице бацио један «ПОГЛЕД ИСКОСА», истим стварима дао је другачији нагласак! Била је то она анаморфоза коју је он толико мрзео у сликарству (али, с друге стране, уопште није зазирао од њене употребе у дијалозима). Одрастајући у средини много више хуманистичкој и уметничкој него научној, као син познатог музичара и теоретичара музике, добио је изванредно уметничко и књижевно образовање. (Уосталом, Галилеј се родио оног дана када је умро Микеланђело!)

[33] P. Duhem, "Ziel und Struktur der physikalischen Theorien", Hamburg, 1978, S. 52.

У његовим стручним расправама из уметности и естетике у свакој реченици видљив је његов КЛАСИЦИЗАМ. Заробљеник ренесансе (Ариоста и Рафаела), презирао је алегоричност једног Торквата Таса и маниризам једног Бронзина. Ако тај његов класицизам, како нам то показује уверљиво Пановски, расветљава његов загонетни однос према Кеплеру, утолико нам он мало говори о тој изненадној Галилејевој "деформацији свести" која је оно што је забрањивала у сликарству изненада почела користити у науци. "Чудни, непредвидљиви, нелогични су путеви људске мисли". Изградњи темеља нове науке, која је започела са Робертом Гросетестеом, придружио се и Галилеј својом АНАМОРФОЗОМ, својим "погледом искоса". Он је Аристотелово "емпиријско" искуство, које се заснивало на чулном опажању (и које се прилично добро слагало са општим искуством), заменио једним новим искуством (које се, додуше, базирало на низу спекулативних елемената), које је он ИЗМИСЛИО да би подржао Коперников систем света. Користећи се телескопом и заобилазећи интелектуално поштење, он је дао систематизацију и другачије тумачење традиционалних запажања његових париских претходника. Свестан тога да се коперниканизам коси са низом очевидних чињеница, те да се није слагао са граматиком општег говорног идиома, да се није слагао "са 'формом живота' који садржи ове чињенице, принципе и граматичка правила", те смело закључује да "ни правила, ни принципи, па чак ни чињенице, нису сакросанти". Пита се, није ли "можда недостатак у њима, а не у идеји да се Земља креће". Ако је тако, "ми их дакле можемо променити, /можемо/ створити нове чињенице и нова граматичка правила и видети шта се догађа када ова правила постану доступна и позната".[34]

Своју велику победу у борби око признавања принципа релативности (тј. чињенице да наша чула региструју само релативна кретања) и истинитости телескопских феномена (слика у телескопу је била изврнута и неизоштрена), извојевао је Галилеј, како нам то уверљиво показује Фајерабенд ("Против методе", поглавља 7 и 12), више ирационалним него рационалним средствима. Било како му драго, тек "коперниканизам и ина 'рационална' гледишта постоје данас само зато што је једног тренутка у њиховој прошлости /Аристотелов рационалан/ ум био надгласан".[35]

Да закључимо: мост између Аристотелове АНАЛИТИЧКЕ и Њутнове СИМБОЛИЧКЕ науке није изградио само Галилеј (својим

[34] P. Fajerabend, op. cit, st. 153.
[35] P. Fajerabend, op. cit, st. 146.

"погледом искоса"), већ је у тој изградњи учествовало још неколико исто тако умних људи, а без чијег би доприноса та изградња била немогућа: Роберт Гросетесте (развио основе експерименталног метода), Роџер Бекон (оживео вавилонско-стоичко учење о законима природе и друштва), Никола Кузански (метафору о хришћанском богу преточио у метафору о бесконачно малом и бесконачно великом), Никола Орем (изградио метафору о природи као механичком часовнику), Леонардо да Винчи (истицао узрочно-последичну везу у природи[36]), Никола Коперник (оживљавајући Аристархово учење о кретању Земље, почео рушити црквени инструменталистички приступ наукама), Јохан Кеплер (у астрономији спровео реформу простора и времена и дао три теореме), Франсис Бекон (видео науку као најмоћније човеково оруђе) и Рене Декарт (реконструисао Аристотелов научни метод).

[36] Читава да Винчијева идеја, међутим, гласи: "Нема у природи последице без узрока. Схвати узрок, и није ти потребно искуство."

ДЕЈСТВО СИЛЕ ПО ОЈЛЕРУ

Вељко Вујичић

Сажетак. *У оквиру циклуса* ***Леонард Ојлер (1707 - 1783)*** *на Семинару за историју и епистемиологују природних наука, Института за физику - Земун, децембра 2007. године аутор овог рада настојао је да укаже на значај појма дејства у физици, а нарочито у рационалној механици. Основна тежња овог рада је истицање Ојлеровог поимања* ***дејства силе,*** *који се може прихватити као општи појам дејства из којег следе други посебни појмови дејства.*

1. Увод

Реч **дејство** у српском језику указује на учињење нечега у току неког интервала времена, као: дејство лека у току 7 дана, получасовно дејство ветра, тромесечно дејство авијације, дејство Сунца од 11 до 16 часова... У стручној литератури (види, на пример, [1]) налазимо исказе "дејство у Лагранжевом смислу", "дејство у Хамилтоновом смислу"; има уџбеника из физике за средњу школу у којима нема појма "дејство" у регистру физичких величина. Завод за уџбенике и наставна средства Београд издао је штампани преглед у боји "Међународни систем мерних јединица (SI), који је усвојен 1960. године на Генералној скупштини за тегове и мере." У том прегледу не постоји "дејство" нити његова мера. Практичније и знатно опширније изашло је 1992. године друго издање "Инжењеријско-машински приручник" у три тома у којем је написан преглед физичких величина, али међу њима не постоји појам "дејства", те ни "величина дејства".

Наведена веома кратка напомена о појму дејства доводи до питања: да ли је дејство небитан појам за физику или је нејединствен, те као такав није прихваћен у научном и стручном свету; или је преименован другим називима, као на пример, момент количине кретања, чије су физичке димензије једнаке производу димензија: масе M, дужине L на квадрат и времена T^{-1}, тј.

(1) $$ML^2T^{-1}.$$

То физичко својство са историјског и суштинског становишта механике, те и физике, представља димензију дејства. То је димензија и дејства по Лагранжу и по Хамилтону, који чине, посредством интегралних варијационих принципа, основу класичне аналитичке механике, па остаје за чуђење како појам дејства није заступљен у поменутим величинама физике.

Аутор овог рада показује да је *дејство силе по Ојлеру* свеобухватно, те као такво значајно је за теорију, историју и феноменологију физике.

2. Различити појмови дејства

2.1. Лајбницово формално дејство. У антологији "Варијациони принципи механике" ([2], стр. 782) редактор Л.С. Полак у свом поговору и примедбама пише: "Први појам дејства формулисао је Лајбниц (Leibniz Gottfried Wilhelm) за време свог боравка у Италији 1669 године." Ту величину Лајбниц је назвао "Actio formalis", а *мери се производом масе, брзине и дужине*, те, како се дужина може представити у облику брзине и времена, то се величина дејства одређује производом "живе силе" (двострука кинетичка енергија) и времена. За разлагање на основна својста – основне димензије кретања тела, познато је да је димензија брзине једнака количнику пређеног пута и времена, па следи да је димензија Лајбницовог дејства једнака изразу (1.1). На основу Полаковог коментара стиче се утисак да је Лајбницу било стало и важно да проникне у појам дејства и да исти дефинише. У прилог таквог схватања иде Лајбницива реченица: *"Ако једна те иста маса M прелази једну те исту дужину L пута за краће време T то се јавља веће дејство"*, ([2], стр. 783).

2.2. Њутнова сила дејства. Утемељивач математичких принципа науке о природи Исак Њутн (Isaac Newton, 1686) не тумачи појам дејства, него помоћу њега, ваљда као примарно познатог и схватљивог, дефинише појам силе, која утиче на тело, ([3], стр. 24) и то:

"Деф. IV. Приложена сила је дејство примењено над телом, да би се изменило његово стање мировања или равномерног праволинијског кретања."

2.3. Њутнова сила као дејство. Своју дефиницију Њутн појашњава укратко речима: "Сила се јавља јединствено у дејству и по прекиду дејства не остаје у телу. Тело продужује затим да одржава своје ново стање само услед инерције."

У поглављу *Аксиоми или закони кретања* свој трећи закон Њутн формулише помоћу појма дејства:

"Закон III: Дејство је увек једнако и супротно противдејству, иначе – узајамна дејства два тела једног на друго између оба су једнака и усмерена у супротним странама."

Запишимо још једну Њутнову констатацију. У образложењу дефиниције VIII, којом се појашњава његов појам "убрзавајуће силе" (убрзања) и "покретачке силе" (силе), која задире у срж другог Њутновог закона:

"На тај начин, пише Њутн [3], стр. 29, убрзање се односи према покретачкој сили (II закон, прим. В. В.) као брзина према количини кретања. У суштини дела, количина кретања је пропорционална брзини и маси, а покретачка сила је пропорционална убрзању и маси."

Ови наводи недвосмислено указују да појам силе F има физичку димензију

$$\dim F = MLT^{-2} \tag{2}$$

Међутим то није у складу са Њутновом дефиницијим IV којом се дефинише покретачка сила, као дејство, чија је димензија (1.1).

2.4. Мопертуијева количина дејства. После Њутна, 20.02.1740.године, Pierre-Luis Moreau de Maupertuis саопштио је свој рад под насловом "Склад различитих закона природе, који су до сада чинили несклад", [4], у Академији наука у Паризу, и објављено у "Histoire de l' Academie des Science de Paris", **1744** године. Издвојимо реченице које се односе на појам **дејство.** "При премештању тела из једне тачке у другу неопходно је неко **дејство;** то дејство зависи од брзине, тела и простора пређеног телом, али није ни брзина, ни простор узети понаособ."

"Количина дејства јавља се као истинита трошња природе."

Две године касније, 1746, у раду "Закон кретања и мировања изведен из метафизичког принципа" [5], Pierre Mopertuis јасно одређује "Количина дејства је производ маса тела, њихових брзина и растојања које они прелазе". Уколико се мислило на несклад између Лајбницовог појма дејства и Њутнове силе као дејства, не може се рећи да је Мопертуи отклонио тај несклад са својим појмом "количине дејства". То ће управо учинити Ојлер.

2.5. Ојлерово дејство силе. Из Ојлерових писама Пиеру Мопертуиу (1746-1757) сазнаје се да Ојлер пише о суштини дејства, коју налазимо код Лајбница и Мопертуиа, али и суштинском својству "дејства силе" појму *силе,* као *дејства,* којим се отклања наведени димензиони несклад Њутновог поимања силе и дејства. У Ојлеровом писму Пиеру Мопертуи од 24. маја 1746. године, поред осталог пише: "Што се тиче силе, коју треба употребити да би се произвело кретање, ја не видим у њој неопходност при примени правила, јер одредба количине дејства не односи се према таквој сили, па се мени чини да је могуће ослободити себе од разматрања питања: колике силе треба употребити, да би се датом телу саопштио неки степен брзине? То питање нема одређеног смисла ако се не узме у обзир *време,* за које треба извршити промену, јер је најмања сила способна да произведе велики степен брзине само ако има довољно времена."

У Писмима из 1749 ([2], стр. 754-755) као и у свом раду "Схватања неких општих закона природе који се запажају у дејству било којих сила," Ојлер ([6], [2], стр.56 - 77) уводи појам "Тренутна количина дејства сила"

$$dt\left(\int Vdv+\int V'dv'+\int V''dv''\right)$$

где су: V, V', V'' силе, dv, dv', dv'' елементи пута, а dt елемент времена; затим формулише *"Збир свих тренутних дејстава* којем се подвргава тело за коначно време, што је једнако

$$\int dt\left(\int Vdv+\int V'dv'+\int V''dv''+\ldots\right), \tag{3}$$

и има димензију Мопертуијеве количине дејства, која је једнака производу димензија: масе m, брзине v и растојања s које се прелази, тј. mvs, па је димензија тог производа

$$\dim(mvs)=ML^2T^{-1} \tag{4}$$

сагласна са димензијом Лајбницовог дејства (1.1).

Израз (1.4) појашњава Ојлерово тврђење да питање, колика је сила потребна, да би се телу саопштио неки степен брзине, нема смисла ако се не узме у обзир време дејствовања силе. Према томе, димензија Ојлеровог дејства силе једнака је производу димензије рада силе и димензије времена (1.4), или производу димензија енергије и времена. Над појмом збира свих тренутних

дејстава сила Ојлер формулише свој принцип најмањег дејства речима:

"Тело бира онај пут при којем збир свих тренутних дејстава (1.3) има минимум. Ето то је нови општи принцип за слободно кретање тела, које се налази под дејством било којих сила, чија тачност постаје истинита само ако се замислимо над појмом дејства које сам ја установио." ([2], стр.76).

Истакнимо поново и не заборавимо последње речи цитата: "замислимо се над појмом дејства који сам ја (Euler Leonard, прим. В. В) установио." То је Ојлерово дејство сила и то је општи појам више других принципа у физици, нарочито у аналитичкој механици.

У наставку истичемо неке друге облике израза дејства, који се могу сматрати као последице Ојлеровог дејства сила.

2.6. Дејство по Лагранжу. У раду Лагранжа [7] , ([2] стр.159-166, 882) читамо о принципу најмањег дејства, из којег текста издвајамо следеће: Лагранж подразумева појам дејства, као и Мопертуи, збир производа *маса, брзина и пута,* тј.

$$M\int uds+M'\int u'ds'+M''\int u''ds'', \tag{5}$$

где су M, M', M'' масе тела, u, u', u'' брзине, а ds, ds', ds'' пређени путеви. Имајући у виду да је $ds = udt$, претходни израз се могао записати у облику:

$$\int\left(Mu^2+M'u'^2+M''u''^2\right)dt=\int 2Tdt, \tag{6}$$

где је $2T$ "жива сила". И тај израз налазимо код Ојлера ([2], стр 76), за који Ојлер пише: "Како сила V производи дејство $\int Vdv$, тако и жива сила Т даје дејство $\int Tdt$ ". При томе треба знати да наведена "жива сила" није сила у Њутновом смислу; нема физичку димензију силе, него димензију рада или енергије.

Иако Ојлерово дејство, као збир свих тренутних дејстава сила има исте димензије као и код Лагранжа, та дејства се разликују. Ако се, уместо "живе силе" која није сила по својству сила, него енергија, узме у разматрање дејство силе инерције $I=-m\frac{dv}{dt}$, тј.

$$\int_0^t \left(-m\frac{dv}{dt}\right)dt = \int_0^t \left(\tfrac{1}{2}v^2\right)dt = \int_0^t E_k\,dt\,;$$

добија се дупло мање дејство по Ојлеру од Лагранжеовог дејства

$$\int_0^t mv^2\,dt = \int_0^t 2E_k\,dt\,.$$

И не само то, дејство по Ојлеру потиче у суштини од силе, пропорционалне убрзању, а дејство по Лагранжу од кинетичке енергије, пропорционалне квадрату брзине. Штавише, Лагранж пише ([2], стр. 166), на крају параграфа *VI*, који се односи на најмање дејство, следеће: "С обзиром да се израз (1.5) своди на интеграл (1.6), у којем подинтегрална функција представља живу силу целог система у било којем тренутку, то се разматрани принцип (најмањег дејства, В.В.) своди на то, да се збир живих сила свих тела... јавља максимумом или минимумом. Према томе, принцип најмањег дејства било би могуће са више основаности назвати Принципом највеће или најмање живе силе; та формулација имала би то преимућство, што би била уопштење, како за кретања тако и за равнотежу."

Дејство по Ојлеру допушта Ојлеров принцип, који сам по свом изразу указује када је дејство најмање, а дејство по Лагранжу успоставља принцип, којем је неопходна варијација интеграла дејства.

2.7. Дејство по Хамилтону. У Хамилтоновом делу "О општем методу динамике" [8],([2], стр 179), налазимо: "Интеграл

$$V = \int \sum m\left(x'dx + y'dy + z'dz\right) = \int_0^t 2T\,dt\,,$$

често називаним *дејством система* од његовог почетног до коначног положаја." У школској универзитетској литератути (Види на пример [1], стр. 427) тај појам назива се *дејство у Хамилтоновом смислу*

$$W = \int_0^{t_1} L\,dt = \int_0^{t_1}\left(E_k - E_p\right)dt = \int_0^{t_1}\left(T - V\right)dt\,,$$

или, по Poincare-у ([2], стр 502), *Хамилтоново дејство,* иако се функција $T-V=L$ назива Лагранжеовом функцијом.

Дејство по Хамилтону је директна последица Ојлеровог дејства потенцијалних сила, јер се W јавља као интеграл рада сила инерције и потенцијалних сила $F=$ grad U, тј.

$$W = \int_0^{t_1}\int_0^{r}\left(-m\frac{dv}{dt}dr + \frac{\partial U}{\partial r}dr\right)dt = \int_0^{t_1}\left(T - V\right)dt$$

Овај нагласак на Ојлерово дејство истиче се са разлогом. Веома је опширна литература од најистакнутијих научника физике и математике, посвећена варијационим принципима механике, који редом разматрају варијације дејства за разне области теоријске физике, у којима је изостављен појам дејство силе, али није изостављена енергија или Хамилтонова функција без нагласка физичког значења и физичких димензија.

"Карактеристично је, пише Планк ([2], стр 585/586): да принцип најмањег дејства, чак и после тога, кад је у потпуности узакоњен у механици од стране Лагранжа, није показивао некакав практички утицај на научни процес. Њега су разматрали скоро као математички куриозитет, као интересантни, али сувишни додатак Њутновим законима кретања. Још 1837. године Пуасон га је могао назвати "сувишним безкорисним правилом". Тек после истраживања Томсона и Тета, Г. Кирхофа, Л. Болцмана и других, када се показало да се принцип најмањег дејства јавља инструментом који се може искористити за разрешење проблема хидромеханике и теорије еластичности у којим су тада друге математичке методе отказивале, направљен је прелом и почели су да цене евристички значај принципа."

"После тога када су Л. Болцман и потом Клаузијус открили тесну везу принципа најмањег дејства са другим начелом термодинамике, Г. Хелмхолц је 1886. године најобимније приказао примену принципа у три велике области физике: механици, електродинамици и термодинамици."

"Ипак, блистав успех принцип најмањег дејства добио је када се показало да је он не само сачувао значење, него је и погодан за то да заузме прво место усред свих физичких закона у савременој теорији релативности Ајнштајна, која је лишила универзалности мноштво физичких теорема." ([2], стр. 587).

У историјском осврту [9] на истраживања по теорији кванта [10] Де Број помиње заслужно име Ојлера речима: "На основу Ојлерове теореме је $\sum_i p_i dq_i = \sum_i p_i \dot{q}_i dt = 2E_{kin}dt\,,\ldots,$ па принцип најмањег дејства добија облик

$$\delta \int_A^B mvdl\,,$$

где је *dl* - елемент трајекторије, који је био познат пре свих других."([2], стр. 654).

У даљем тексту свог приказивања ([2], стр. 662) Де Број (Broglie Louis Victor de) указује да су Зомерфелд (Sommerfeld) и Уилсон (Wilson William) показали да се може изабрати такав координатни систем q_i, за који ће услови квантовања бити

$$\oint p_i dq \;= n_i h$$

где је n_i цео број, а h Планкова константа.

Цитиране реченице, а поготово мноштво радова о примени принципа најмањег дејства показују да је примарно био *принцип,* а не појам *дејство,* које аутор овог рада жели да истакне. То одређеније налазимо јасније у раду А. Зомерфелда под називом: "Планков квант дејства и његово свеопште значење у молекуларној физици." [10] (1911). Говорећи о радијацији или исијавању енергије у току времена Зомерфелд пише: *"Ка тачнијем предлогу за величину енергија-време долазимо, ако будемо следили термин* **квант дејства,** *који је веома успешно изабрао Планк."* ... *"Универзална константа која је изабрана као средство у теоријским и експерименталним истраживања радијације, не јавља се квантом енергије(димензије ерга), него квантом дејства*:

$$h = 6,55 \bullet 10^{-27} erg\ sec,$$

који има димензију [енергија x време]."

Приметимо још да је реч *квант* латинског порекла *quantum* и означава количину, када се овде говори о телима коначних величина – материјалних масе *m* у класичној механици, а кванти се односе на крајње мале величине дејства дискретних делова материје. Њутнове основне формуле садрже речи: Quantitas Materiae, Quantitas motus, quantum in centripeta quantitas, ... У раду [11] учињена је успешна хипотетична проба да се за дефект масе електрона (грешке у мерењу) израчуна бројна вредност Планкове константе (h = 6.626 • 10^{-34}Js).

3. Принцип дејства

У бројним наведеним и ненаведеним озбиљним научним и стручним радовима појам дејства најчешће се везује за принцип

најмањег дејства. Међутим, као што је показано, појам дејства је једно од изведених својстава тела у кретању, које се одређује, дефинише помоћу основних својстава или димензија у механици и физици. Принцип је исказ којим се математички утврђује једна општа одредба, правило, релација о битисању у кретању и мировању било којих тела, како великих тако и најмањих. Дејство се разликује од енергије изразитије него принцип дејства од закона промене или одржавања енергије. Да би се Њутнова *IV* дефиниција силе, као дејства, и његова трећа аксиома или закон дејства и противдејства довела у склад са наведеним Ојлеровим (неваријационим, прим В.В.) принципом дејства сила, аутор овог рада је специфицирао општи појам дејства сила и увео појам *противдејство* [12], као негативно дејство силе инерције, те на тај начин формулисао *Принцип дејства сила и противдејства,* из којег се јављају сви овде наведени принципи аналитичке механике. На тај начин реафирмисани су Ојлеров појам дејства сила и његов принцип дејства свих сила.

Литература

[1] Т. П. Анђелић и Р. Стојановић, *Рационална механика,* Завод за уџбенике Београд, 1965.

[2] Л. С Пиерреак, *Вариационние принципи механики,* Госизд физико-математическои литературу, Москва, 1950.

[3]I. Newton, *Математические начала натуралнои философии,* (превод са латинског на руски од А.Н. Крилова), НАУКА, Москва, 1989.

[4] P. L. Maupertuiss, *Accord de differentes lois de la Nature qui avaient jusqu'ici paru incompatibles,* Histoire de l' Academie des Science de Paris, 1744.

[5] P. L. Maupertuiss, *Les lois de mouvemant et du repos deduites d'un Principe Metaphysique,* Histoire de l' Academie R. des Sciences et Belles Lettres, 1746, 267-294.

[6] L. Euler, *Reflexions sur quelques lois generales de la natur qui s' observant dans les effets des force quelconques",* Histoire de l'Academie Royale des Sciences et Belles Lettres, annee 1748.

[7] L. Lagrange, *Mecanique Analitique* par M. de la Grange, de l' Academie des Sciences de Paris, 1788. (Vidi [2], str. 159-166).

[8] W. R. Hamilton, *On a general Methods in Dynamics, by which the Study of the Motion pf all free Systems Attracting or Repelling Points is Reduced to the Search and Differentiation of One Central Relation or Characteristic Function,* Phil. Trans. of the Roy. Soc., II, 1834, 247-308.

[9] L. V. Broglie, *Recherche sur la theorie des quanta,* Ann. d. Physis., T. III, dixieme serie, 1925, 2.

[10] A. Sommerfeld, *Das Planckache Wirkungsquantum und seine aligemeine Bedeutung fur die Molekularphysik,* Physikalische Zeitschrift, §7, Dezember 1911.

[11] V. A. Vujičić, *Action of force - formality or esence,* Facta Universitatis, Series: Mechanics, Automatic Control and Robotics, Vol. 2, No 10/1, 2000, 1021.

[12] V. A. Vujičić, *The action of force and counteraction principle,* Facta universitatis, Series: Mechanics, Automatic Control and Robotics, Vol. 5, No 1, 2006, 59-70.

ЕКСПОНЕНЦИЈАЛНИ ОБЛИК ТИЦИЈУС-БОДЕОВОГ ЗАКОНА

Синиша Р. Игњатовић

Апстракт *Тицијус-Бодеов закон (ТБЗ) у свом првобитном облику, који је први пут објавио Тицијус 1766., даје планетарна растојања приближно као 0,4 + 0,3·2ⁿ у астрономским јединицама. Експоненцијални Тицијус-Бодеов закон (ЕТБЗ)* $r_n = r_0 K^n$ *је постепено прихваћен, паралелно са првобитним обликом, у задњој трећини 19. вијека. ЕТБЗ је посебно погодан јер се може једноставно извести из разних модела формирања Сунчевог система и његове динамике. Веома разнолики механизми објашњења ЕТБЗ су предложени, већином од аматера, од којих су неки били очигледно погрешни. Након детаљног историјског прегледа, размотрена је и еволуција ставова према ТБЗ, који су ишли од одушевљеног прихватања до потпуног одбацивања. Недавно је показано да се ЕТБЗ може извести из размјерске инваријантности и осне симетрије без обзира на физички механизам на који се позива. Статус ТБЗ је још увијек неодређен.*

1. Увод

Идеја о регуларности средњих растојања планета од Сунца је била присутна у Кеплеровом *Mysterium cosmographicum* из 1596. Славна Кеплерова схема уписаних тијела је била геометријска конструкција прије него алгебарски закон. Међутим, Кеплерова идеја о планети која недостаје између Марса и Јупитера је омогућила будуће покушаје постављања нумеролошког правила за растојања. Успркос томе, веома дуго времена није било напора у том правцу[1].

Године 1766. њемачки биолог и математичар Ј. Д. Тицијус [Johann Daniel Titius] (1729-1796) је дао низ

$$r_n = 0{,}4 + 0{,}3 \cdot 2^n, \qquad n = -\infty,\ 0,\ 1,\ \ldots \qquad (1)$$

гдје је средње растојање Земља-Сунце узето за јединицу. Њемачки астроном Ј. Е: Боде [Johann Elert Bode (1747-1826)] је популаризовао овај „закон" од 1772., због чега је постао познат као

„Бодеов закон". М. М. Нието[2] и С. Л. Јаки[3] су дали преглед ране историје Тицијус-Бодеовог закона (ТБЗ). Нието је даље истраживао поријекло Закона[4]. Три важна догађаја у раној историји Закона су била откриће Урана (1781), Цереса (1801) и Нептуна (1846). Откриће Урана, чије средње растојање је готово тачно једнако оном које је Закон имплицирао, је учинило да једно опскурно правило изгледа као закон природе. Присталице Закона су одушевљено поздравиле дуго очекивано откриће Цереса (попуњена је „празнина" за $n = 3$), али ће открића још три астероида која су убрзо услиједила бацити сумњу на ТБЗ. Између 1809. и раних 1840-тих година, постојао је мали интерес за Закон[5]. Иако су Леверије и Адамс користили ТБЗ за растојање непознате планете у својим теоријама кретања Урана (Леверијеова теорија је директно довела до открића), испоставило се да је Нептун много ближи Сунцу од растојања које је предвиђао Закон – 30,1 умјесто 38,8 а. ј.[6]

Откриће Нептуна је подијелило астрономе по питању Бодеовог закона. Уз Леверијеа, најистакнутији противник Закона је био Џон Ф. В. Хершел [John Frederick William Herschel][7] (1792-1871). Неких десет година након открића Нептуна, интерес за ТБЗ је био већи него икада раније. Многе алтернативе формули (1) су пронађене, а предложена су и прва објашњења. Експоненцијални облик Закона појавио се 1850-тих година и постао доминантан облик током 20. вијека. Прво шире прихваћено објашњење ТБЗ је била Вајцекерова космогонија из 1944.

Након неколико периода интензивног истраживања, ставови о ТБЗ су остали подијељени, с тим да негативан став преовлађује. Недавно је показано да ЕТБЗ слиједи из претпоставки о размјерској инваријантности и осној симетрији; то објашњава многобројне теорије Закона, иако не и сам Закон. Напредак у небеској механици, истраживању вансоларних планетарних система и другим областима ће можда разјаснити значај ТБЗ.

Успркос знатне пажње која је посвећена ТБЗ, већи дио историје Закона је остао опскуран, а његов садашњи статус контроверзан и нејасан. Овдје смо дали преглед Закона са посебним нагласком на експоненцијални облик и на раније занемарене историјске референце. Размотрена је историјска и савремена перцепција Закона, као и његов садашњи статус – посебно у свјетлу могућности његовог извођења из симетрија.

2. Експоненцијални облик и рана објашњења ТБЗ

Рани закони планетарних растојања углавном су били облика (1), али са нешто другачијим нумеричким константама:

$$r_n = c + b \cdot K^n. \qquad (2)$$

Међутим, алтернативни закони предлагани су чак и прије открића Нептуна, па је било потребно само мало маште да се уклопи Нептун. Француски физичар Жак Бабине [Jacques Babinet] (1794-1872) је 1848. године направио први корак износећи претпоставку да је период револуције сваке планете даље од Урана два пута већи него претходне планете[8]. Парадоксално, откриће Нептуна је оповргло Закон у првобитном облику (1), али га је такође учинило славним; искушење да се Закон „побољша" многима је постало неодољиво.

Џон Хершел је готово сигурно био у праву када је, 1849. године, устврдио да није постојало „никакво објашњење ни најсировије врсте" Бодеовог закона[7]. Идеја о приближно константном односу средњих растојања свих сусједних планета (укључујући Церес као представника астероидног појаса) вјероватно се први пут појављује 1853. код француског аритметичара А. Госара [Alexandre Gossart] (око 1805-1867). Госар узима однос $K = 1{,}725$, а даје и аналогна правила за растојања у системима сателита Јупитера, Сатурна и Урана[9]. С. Тибеј [Septimus Tebay], директор једне британске школе, је покушао да *објасни* Бодеов закон помоћу динамике Сунчевог система 1858.[10]; приступ је био далеко испред тог времена. Тибеј добија *константан количник* планетарних растојања: $r_{n+1} / r_n = K = 1{,}61$, који минимизује пертурбациони ред за један специјални проблем три тијела, али не износи експлицитну формулу. Експоненцијални закон у облику алгебарске формуле

$$r_n = r_0 \cdot K^n \qquad (3)$$

је први пут изнио шпански палеонтолог и астроном Хозе Х. Ландерер [José Joaquín Landerer] (1841-1922), који је изабрао $K = 1{,}7$. Ландерер је објавио своју формулу у Шпанији 1866.[11], а у Француској 1867.[12]. Међутим, ЕТБЗ се умјесто Госару, Тибеју или Ландереру приписује француском хидрографу Госену [Louis Gaussin] (1821-1886), у чијој формули из 1880.[13] је $K = 1{,}7275$. Шкотски аматер Р. С. Браун [Robert Stout Brown] (1834-1871) је

1867. добио закон са $K = 1{,}389$ постулирајући неколико „шупљина" између великих планета[14]. Д. Вон [Daniel Vaughan] је 1879. предложио за сателите Сатурна закон са $K = 1{,}31$[15]. Изгледа, дакле, да се ЕТБЗ приписује Госену зато што га је први објавио у *научној периодици*, иако је био раније објављен у књигама и популарним часописима.

У међувремену, било је неколико покушаја објашњења ТБЗ у оквиру космогоније Сунчевог система. Т. Баснет [Thomas Bassnett] (1808-1886) је 1854. упутио изазов научницима да објасне Закон[16], што његова квалитативна разматрања нису могла постићи. У истој књизи, Баснет је предложио методу прогнозе времена, коју је испитивала комисија формирана од Америчког удружења за унапређење науке (American Association for the Advancement of Science)[17]. Дакле, С. Александер [Stephen Alexander] (1806-1883), професор астрономије на Принстону, је морао знати за тај изазов док је током 1856. радио на својој теорији[18], која би – да је објављена – била прва теорија ТБЗ.

Д. Кирквуд [Daniel Kirkwood] и амерички полихистор данског поријекла Г. Д. Хинрихс [Gustavus Dethlef Hinrichs] (1836-1923) су покушали да изведу формулу (2) из небуларне хипотезе током 1860-тих година[19] (иако је Хинрихс поменуо и један облик ЕТБЗ). Британски синдикалац Е. В. Нил [Edward Vansittart Neale] је објаснио формулу (2) 1863. године[20] помоћу геометријске аналогије са логаритамском спиралом. Та тема се често понавља, али у објашњењу ЕТБЗ, а којој ћемо се вратити у § 3.

Чисто нумеролошке спекулације, које су обиловале крајем 19. вијека, су се често разликовале и од (2) и од (3). Најактивнији нумеролози били су П. Е. Чејс [Pliny Earle Chase] (1820-1886), професор на колеџу Хејверфорд у САД, и француски поморски официр Ж.-Ф. Делоне [Julien-Félix Delauney] (р. 1848., умро након 1920.). Можда су неки од Чејсових и Делонеових прилога[21] послужили као клица каснијих модификација формуле (3), тј. ЕТБЗ.

Предложен је и један број наивних механичких објашњења ЕТБЗ. Џ. Енис [Jacob Ennis][22] и, касније, Чејс[23] су покушали објаснити Закон на начин сличан сљедећем резоновању. Претпоставимо да лапласијанска небула одбацује (n +1)-ви прстен (узак прстен, не појас) на растојању r_{n+1} од центра, затим се спирално сажима и одбацује n-ти прстен на растојању r_n итд. Ако честице унутар n-тог прстена нису имале кинетичку енергију када је (n +1)-ви прстен био одбачен, одржање енергије даје

$$\gamma M m\left(\frac{1}{r_n}-\frac{1}{r_{n+1}}\right)=\frac{1}{2}m v_n^2,$$

гдје је v_n брзина честице унутар n-тог прстена у тренутку када се он одваја. Очигледно,

$$\frac{m v_n^2}{r_n}=\gamma M\frac{m}{r_n^2}$$

тако да је $r_{n+1}/r_n = 2$. Француски генерал А. Е. Е. Лафуж [Anne Émile Hercule Lafouge] (1831-1899), јасно инспирисан Фламарионовом напоменом у *Astronomie populaire*[24], изнио је 1898. слично размишљање[25]: ако је однос (средњих) орбиталних брзина једнак односу друге и прве космичке брзине онда опет имамо $r_{n+1}/r_n = 2$! Амерички инжењер В. С. Хенсон [William S. Henson] је 1871. објавио једно изразито квалитативно „објашњење"[26] засновано на метеоритичкој космогонији. Хенсонови аргументи су подсјећали на нешто што бисмо данас назвали „размјерском (скалирајућом) инваријантношћу", али његов специфичан избор $K = 2$ је била *ад хок* хипотеза.

Трактат француског астронома и математичара Е. Роша [Édouard-Albert Roche] (1820-1883) iz 1873.[27] се сматра првом квантитативном теоријом настанка Сунчевог система[28], али он је извео формулу (2) истим резоновањем као и Хинрихс, а не из своје теорије. Први разрађен покушај објашњења ЕТБЗ из космогоније Сунчевог система направио је њемачки пуковник Ф. Керц [Ferdinand Kerz] (1812-1892) 1875. Godine[29]. Изузетно је да Керц покушава да *изведе* коефицијент K у (3) теоријски, као и Тибеј али супротно већини осталих аутора, за које је тај коефицијент слободан параметар који се налази из феноменолошког фитовања средњих растојања планета.

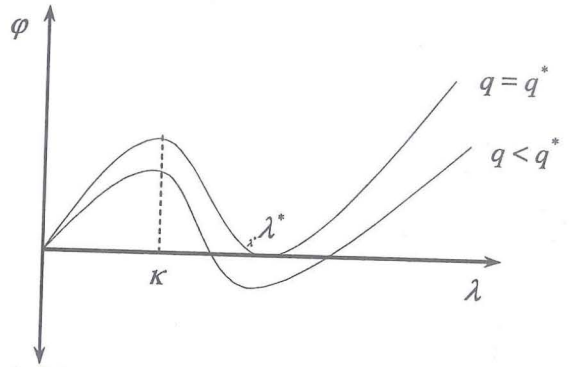
Поријекло Керцове теорије је опскурно. Он вјероватно није знао за Рошову теорију; цитати су му из космогонија средине 19. вијека. На Керца је сигурно утицала рецензија[30], уствари квантитативно оповргнуће једне квалитативне теорије, космогоније њемачког физичара Ф. Шпилера [Philipp Spiller]. Шпилер није ни покушавао да изведе закон планетарних растојања.

Керц у почетку претпоставља да је једна ријетка атмосфера окруживала густу језгру – Сунце. Облик површине атмосфере се налази из услова равнотеже. Да би нашао тај услов, Керц примјењује Лапасову анализу гравитације *хомогеног* ротационог елипсоида[31], што представља једну од грешака теорије. Равнотежа одговара нулама ефективног потенцијала

$$\varphi = \frac{9\,\lambda + 2q\,\lambda^3}{9 + 3\,\lambda^2} - \operatorname{arc\,tg}\lambda,$$

гдје је $q = 3\omega^2 / 4\pi\gamma\rho$, при чему је ω угаона брзина и ρ густина флуида, а λ ексцентрицитет елипсоида. Равнотежа се може постићи само за $q \le q^* = 0{,}337$; за свако $q < q^*$ постоје два равнотежна тијела. Али, Керц погрешно закључује да постоје *двије* равнотежне вриједности λ, $\kappa = 1{,}186$ и $\lambda^* = 2{,}529$, за $q = q^*$ (сл. 1).

Керц затим претпоставља да се од небуле одваја прстен у њеној екваторијалној равни када достигне ексцентрицитет λ^*, затим се њен екваторијални полупречник смањује док ексцентрицитет не постане једнак κ. У својој првој теорији (1875), Керц претпоставља да је запремина елипсоида константна током смањивања екваторијалног полупречника, а у другој теорији (1877) да поларни полупречник елипсоида остаје константан. У оба случаја, небула поново добија ексцентрицитет κ у сљедећој фази еволуције. Овај процес се наставља до одвајања прстена који одговара најунутрашњијој планети.

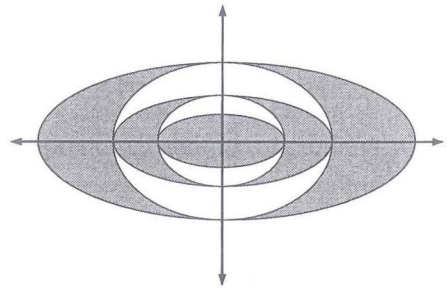


Слика 1. Ефективни потенцијал на површини ротационог елипсоида као функција његовог ексцентрицитета.

Количник полупречника сусједних прстенова и, дакле, планетарних растојања је

$$\frac{r_{n+1}}{r_n} = \left(\frac{1+\lambda^2}{1+\kappa^2}\right)^p,$$

гдје је p = 1/3 (K = 1,454) за прву теорију и p = 1/2 (K = 1,753) за другу теорију. Еволуција небуле у другој теорији је приказана на сл. 2. Дискретна размјерска инваријантност је јасно видљива, иако оштро дефинисане развојне фазе које одговарају бијелим и осјенченим областима изгледају вјештачки. Према Керцу, еволуција би била веома спора: милијарде година би протекле између одвајања првог и задњег прстена.



Слика 2. Попречни пресјек Керцове небуле у равни кроз поларну осу у другој теорији (1877). Осјенчене области представљају сажимање од ексцентрицитета λ^* до ексцентрицитета κ.

Керц није мијењао своју теорију послије 1877., али је успркос томе објавио још неколико књига. Књига из 1884.[32] је привукла приличну пажњу, иако се рецензенти нису осврталиа на извођење ЕТБЗ[34] (чак ни сам Керц не помиње то извођење у серији чланака објављених 1887-1888. у популарном астрономском часопису *Sirius*).

Успутно читање Керцових књига открива недостатак темељитог разумијевања многих физичких појмова, иако му је математика била углавном тачна, а неке од његових идеја интересантне. Керцова космогонија је *можда* имала утицаја на неке ауторе – нпр. на пруског математичара Залшица [Louis Saalschütz][34], али је касније потпуно заборављена. Залшиц је користио приступ инверзног проблема: закон планетарних растојања је искориштен као *претпоставка* умјесто да буде изведен као посљедица теорије. Од

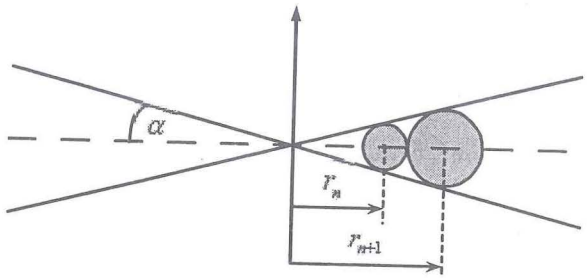
стотина постојећих космогонија, само код њих неколико је усвојен овакав приступ.

3. Нека каснија објашњења и модификације ЕТБЗ

У првим годинама 20. вијека, Р. М. Дилигонде [Raoul-Marie Du Ligondès] (1847-1917) је предложио једно објашњење[35] које је прошло скоро потпуно незапажено[36]. Дилигонде, француски пуковник, је 1897. објавио једну важну теорију настанка Сунчевог система засновану на Кантовој космогонији (в. Поенкареов преглед[37]), која није довела до закона планетарних растојања. Незадовољан тиме, Дилигонде је дошао до аргументације која се најбоље може разумјети са сл. 3. Претпоставимо да су се планете формирале од материјала садржаног унутар торуса уписаних у конусну протопланетарну небулу. Количник полупречника сусједних торуса је константан и једнак

$$\frac{r_{n+1}}{r_n} = \frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha},$$

гдје је α угао полуотвора конуса. Француски астрофизичар П. Леду [Paul Ledoux] је 1951. објавио једно формално слично објашњење[38], иако се његово извођење односи на танке прстенасте структуре умјесто на торусе. Претпоставимо да је величина „зоне" сваке планете унутар протопланетарне небуле пропорционална њеном растојању од Сунца: $d_n = \lambda r_n$. Растојање између n-те и (n+1)-ве планете је



Слика 3. Попречни пресјек Дилигондеове протопланетарне небуле у равни која пролази кроз осу ротације.

$$r_{n+1} - r_n = d_{n+1} + d_n = \lambda(r_{n+1} + r_n)$$

тако да релација (3) слиједи. Иако је Ледуова теорија била релативно добро позната, више од 40 година ће проћи прије него што се слична аргументација поново појави[39].

Нека од „феноменолошких" побољшања ЕТБЗ су уствари привукла већу пажњу него објашњења. Крајем 19. вијека, занимљив изум је била периодична поправка формуле (3)[40]:

$$r_n = r_0\, 1{,}623^{\,n+\frac{\pi}{3}\sec\frac{n\pi}{5}}$$

коју је дао француски инжењер и математичар Е. Роже [Emile Louis Roger] (1825-1898). Роже је касније покушао да изведе сличну формулу из једне оригиналне, али неувјерљиве космогоније[41]. Роже је претпоставио да се протосоларна небула креће око „централне звијезде" на ексцентричној орбити. Наводно, поправни члан у модификованом ЕТБЗ је дошао од ексцентрицитета орбите и сметњи осталих „сунца" на орбитама око централне звијезде!

Рожеове формуле су вјероватно инспирисале формулу Блег[42] (в. Нието[2], гл. 7) из 1913.:

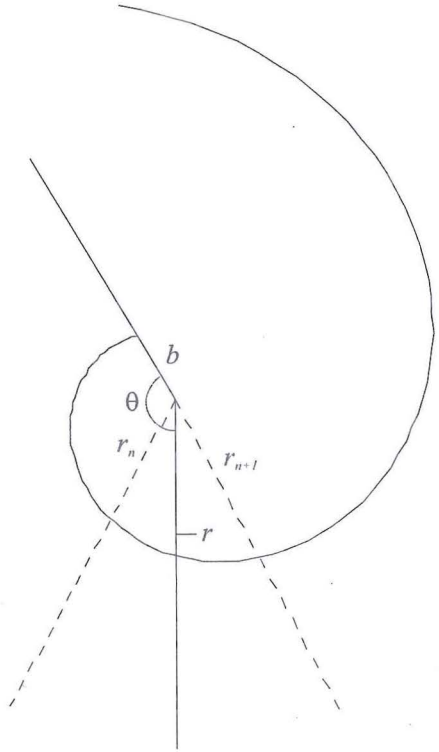
$$r_n = A \cdot 1{,}7275^n [B + f(\alpha + n\beta)], \qquad (4)$$

гдје су A, B, α и β константе, а f периодична функција. М. Блег [Mary Adela Blagg] (1858-1944) није цитирала Рожеа, а користила је Фуријеову анализу за фитовање растојања, тј. налажење константи и функције f. Сличан приступ налазимо код америчког инжењера Д. Е. Ричардсона [Donald Elmer Richardson] (1899-1980)[43], који не цитира ни Блег ни Рожеа. У новије вријеме појавиће се и нека поједностављења формула типа (4) (в. § 6.).

Важан рад се појавио 1917., овог пута написан од једног реномираног астронома. Ђ. Армелини [Giuseppe Armellini] (1887-1958), претпостављајући *два* астероидна појаса између Марса и Јупитера као и празнину између Сатурна и Урана, добио је веома добру усклађеност са стварним растојањима користећи мали коефицијент $K = 1{,}53$[44]. Армелини је урадио статистичку анализу да би доказао предност своје формуле, али није дискутовао могуће „казнене поене" повезане са додатним претпоставкама. Теоријски механичар П. Бугати [Pietro Burgatti] (1868-1938) је проширио ову схему на системе сателита[45]. Иста схема се опет појавила након

открића Хирона 1977.[46] (изгледа да се радило о плагијату[47]), али се касније показало да су орбите између Сатурна и Урана нестабилне на временској скали упоредивој са старошћу Сунчевог система. Осим поменутог Р. С. Брауна, прије Ђ. Армелинија идеју о више астероидних појасева помиње Т. Армелини[48], а у новије вријеме Варданијан и Сахијан, који су претпоставили један додатни појас између Јупитера и Сатурна[49] и добили $K = 1{,}46$.

Небески механичар Џ. Дарвин [George Howard Darwin] (1845-1912), који је покушавао да објасни Закон бар од 1880.[50], је дао примједбу о Бодеовом закону у свом трактату о периодичним орбитама, објављеном 1897. у једном шведском математичком часопису[51]. Дарвин је квалитативно скицирао објашњење без позивања на неку конкретну формулу, али његова теорија периодичних орбита није ни била усмјерена специфично према објашњењу Бодеовог закона. Дарвинов рад је подстакао интерес за Бодеов закон у Шведској: небески механичар К. Болин [Karl Bohlin] је писао о закону за систем сателита Saturna[52], К. Шарлие [Carl Vilhelm Ludvig Charlier] (1862-1934) о хипотетичким интрамеркурским планетама[53]. Међутим, Сванте Аренијус [Svante August Arrhenius] (1859-1927) је оштро критиковао Закон[54]. Изгледа да је Дарвин чак успио да заинтересује Поенкареа за Закон[55]. Болин, Шарлие и Поенкаре[37] (стр. 26) су разматрали класични облик (2) Закона.



Слика 4. Логаритамска спирала $r = be^{\theta/\alpha}$ са приказаним сусједним планетарним растојањима r_n и r_{n+1}.

У својој теорији спиралних небула, Аустралијски физичар В. Садерленд [William Sutherland] (1859-1911) је увео двије претпоставке: (1) Сунчев систем се формирао од небуле која је имала облик логаритамске спирале (сл. 4) и (2) небула се распала на једнаке угаоне дијелове[56]. Дакле, он још користи спиралне *галаксије* као модел протопланетарне небуле. Оправдање његових претпоставки није убједљиво, али се ЕТБЗ лако добија јер је просјечан полупречник између поларних углова $n\beta$ и $(n+1)\beta$ једнак

$$r_n = \frac{1}{\beta}\int_{n\beta}^{(n+1)\beta} b\, e^{\theta/\alpha}\, d\theta = \frac{\alpha}{\beta}\, b\, e^{n\beta/\alpha}\,(e^{\beta/\alpha} - 1) = r_0 \cdot K^n .$$

Примијетимо да се дате вриједности r_0 и K могу добити за произвољно β јер r_0 и K зависе само од β/α. Заводљива једноставност спиралних схема је навела многе да користе спирале – не само да објасне ТБЗ, него и да изграде читаве космогоније око њих[57]. Многе од тих (углавном дилетантских) теорија су неокартезијанске природе: карактерише их присуство вртлога и, обично, занемаривање гравитације.

Британски инжењер Ч. Е. Стромајер [Charles Edmond Stromeyer] (1856-1935) је 1914. године представио своје идеје о метеоритичкој космогонији Британском астрономском удружењу[58]. Стромајер прави аналогију између Сатурновог система прстенова, наводно формираног „пребрисавањем" резонанци са великим сателитима планете, и формирања Сунчевог система. Он примјећује да самјерљивост 2:1, која је еквивалентна ЕТБЗ са $K = 2^{2/3}$, преовлађује у свим системима секундарних тијела, мада су и неке друге самјерљивости дозвољене. Стромајерове идеје су биле испред свог времена, али су му недостајали аргументи, умјесто којих се ослањао на интуицију.

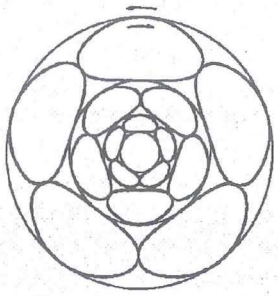
Игром случаја, многи аутори који су писали о законима планетарних растојања око 1900. су умрли у року од неколико година од прве публикације на ту тему: Тисеран [François Félix Tisserand] (1845-1896), Садерленд, Поенкаре, норвешки геофизичар К. Биркеланд [K. Birkeland] (1867-1917), швајцарски физичар J. Мозер [J. Mooser] (1859-1907) и др. Ове преране смрти су допринијеле да не можемо дати дефинитивне закључке о субјективној страни наше историје (неке коментаре ћемо ипак дати у § 4).

Космогонија француског инжењера Е. Белоа [Emile Belot] (1857-1944)[59], једна од неокартезијанских теорија, је садржавала извођење формуле (2) коју је он представио паришкој *Academie* преко Поенкареа 1905.[60] Белоова теорија никада није била шире прихваћена, али је играла важну улогу одржавања свијести о могућности извођења закона планетарних растојања. Овдје се нећемо бавити многобројним покушајима холандског геофизичара и метеоролога Х. П. Берлагеа мл. [Hendrik Petrus Berlage jr.] (1896-1968) да изведе ТБЗ – готово увијек ЕТБЗ – јер их је Нито[2] детаљно дискутовао. Берлаге је одржавао интерес за ТБЗ у вријеме када је, нарочито након открића Плутона 1930., већина астронома престала да вјерује у Закон. За разлику од Белоа, који је деценијама оставио своју теорију недирнуту, Берлаге је предлагао неколико потпуно различитих теорија прије него што се зауставио на једној теорији протопланетарног диска доста модерног изгледа.

Амерички математичар О. Е. Глен [Oliver Edmunds Glenn] (1878-1959) је објавио једно формално извођење ТБЗ 1938.[61], засновано на симетрији интеграла једначина кретања у општем пољу централне силе. Он добија ЕТБЗ са произвољним K из *дискретне размјерске инваријантности* силе, али онда врши још једну линеарну трансформацију радијалне координате и добија формулу (2). У истом чланку, Глен је пробао да оправда стабилност орбита у Старој квантној теорији. Гленова теорија није привукла никакву пажњу.

Космогонија Карла Фридриха фон Вајцекера [Carl Friedrich von Weizsäcker] (1912-2007) из 1944.[62] је у почетку добро примљена, нарочито од Џ. Гамова (1904-1968) [George Gamow, рођен као Георгиј Антонович Гамов][63], који је популаризовао Вајцекерову теорију ЕТБЗ[64]. Теорија ће убрзо бити напуштена јер би претпостављени вртлози у протопланетарној небули, сл. 5, били сувише кратковјечни[2]. Број вртлога у сваком прстену – пет – је изабран да би се добило најбоље слагање Сунчевог система са формулом (3). Ускоро је схваћено да закон (3) у овом случају слиједи из фундаменталних особина феномена турбуленције[65]. Тер Хар [Dirk ter Haar] (1919-2002) и С. Чандрасекар су покушали да спасу небуларну теорију Вајцекеровог стила отарасивши се елегантне али неодрживе схеме „кугличног лежаја"[66].

Неколико година касније, Су-Шу Хуанг [Su-Shu Huang] је најавио још једну теорију ЕТБЗ[67], али изгледа да она није никада објављена.



Слика 5. Вртлози у облику „кугличног лежаја" у Вајцекеровој космогонији.

Једна од нових теорија објављених у току Другог свјетског рата је била и опскурна „аеродинамичка космогонија" инжењера

Г. А. Мокжицког [Gustaw Andrzej Mokrzycki] (1894-1992), избјеглог из Пољске, неокартезијанска теорија која је такође водила на ЕТБЗ[68]. Мокжицки је вјероватно био инспирисан квалитативном теоријом Ј. Васика[69] и потпуно је занемарио гравитацију. Ово је био један од посљедњих озбиљнијих аматерских покушаја изградње космогоније Сунчевог система, након више неуспјеха од којих смо поменули само неколико; ера дилетантских космогонија је прошла[70].

Космогонија совјетског математичара и геофизичара О. Ј. Шмита (1891-1956) првобитно није водила на закон планетарних растојања, иако је Шмит већ дуго времена био заинтересован за Бодеов закон[71]. Шмит је 1946. предложио закон $\sqrt{r_n} = an + b$ [72], али његова *ад хок* хипотеза о константном специфичном моменту импулса је била критикована[73], чак и од В. С. Сафронова[74] (1917-1999), који је предводио совјетску школу космогоније након Шмита. Сафронов је извео ЕТБЗ у својој веома важној књизи о поријеклу Сунчевог система из 1969.[75] и сматрао је објашњење Закона важним проблемом[76].

Овдје завршавамо мање-више хронолошко набрајање космогонијских теорија Тицијус-Бодеовог закона јер се Сафроновљева књига сматра прекретницом у космогонији Сунчевог система, иако се статус Сафронов-Ведерилове теорије као парадигме данас преиспитује. Наш списак, мада детаљнији од селективних прегледа које су углавном писали савремени истраживачи (укључујући и Ниета[2]), је тек мањи дио постојеће литературе[77]. Неке од новијих теорија биће поменуте у § 6.

4. Ставови према законима планетарних растојања

У уводу смо сумирали историју ТБЗ до открића Нептуна. Одлучно негативно мишљење Џона Хершела о Закону дијелио је амерички астроном И. Лумис [Elias Loomis] (1811-1889)[78]. Међу присталицама Закона били су Џ. П. Никол [John Pringle Nichol] (1804-1859)[79] у Британији, Д. Кирквуд[19] и С. Александер[80] у Америци, и Е. Рош[81] у Француској.

Што се тиче великог интереса за емпиријске законе планетарног система међу не-астрономима, можда није на одмет примијетити да је ТБЗ придат доста велики значај у више енциклопедијских дјела из друге половине 19. вијека, али готово увијек је то био облик (2). Прво међу њима била је Николова *Cyclopædia*[82] из 1857. и вјероватно је утицала на одредницу о Бодеовом закону

у Ларусовом *Dictionnaire* (1865. итд.)[83]. Александер је посветио знатан дио одреднице „Planet" у једној енциклопедији законима растојања планета и сателита[84]. Амерички астроном С. Њукомб [Simon Newcomb] (1835-1909) је постао још један противник Закона[85], што је дијелом вјероватно била и реакција на Александерову и Чејсову нумерологију.

Занимљиво је да од смрти Александера и Чејса до касних 1920-тих година готово да није постојао интерес за законе планетарних растојања у Сјеверној Америци[86]. У Француској и Италији дискусија је више била о томе који закон је „бољи" него да ли уопште постоји неки закон[87]. Позитивно мишљење о ТБЗ је почело да преовлађује и у Британији почетком 20. вијека. Јак интерес се развио и у Холандији након првих Берлагеових радова (1923. и 1927.). Трагови ове разлике у ставовима су изгледа остали до данас: многи европски часописи често објављују научне радове о ТБЗ док је већина америчких часописа намјерно поставила висок праг.

Откриће Плутона 1930. године је коначно оповргло првобитни Бодеов закон (1). Међутим, чак и без познавања (сувишних, како је касније утврђено) резидуала Урана и Нептуна било је интуитивно јасно да сљедећа планета неће бити ни приближно тако далеко као 77,6 а. ј. датих са (1). Заиста, већина „закона" од прије 1930. је давала растојање од 40 до 48 а. ј. Навод из једне популарне књиге из 1923.: „...закон даје ... растојање 40,8 за непознату ултранептунску планету, Y (*Плутон*)."[88] Додуше, многе од таквих схема нису представљале конзистентне математичке низове, али екстраполација Армелинијевог сасвим конзистентног ЕТБЗ[44] још увијек даје свега 45,5 а. ј. Од осталих спекулација, оне о интрамеркурском појасу[14,53] нису потврђене, али оне о транснептунском појасу – започете цијели вијек прије Кајпера и Еџворта[89] – јесу.

Најмање три типа идиосинкразије према ТБЗ теже да се развију. (1) С. Александер, Џ. Дарвин, Д. Тер Хар, М. В. Овенден [M. W. Ovenden], као и многи аматери, су примјери јаког, често страственог и скоро доживотног интереса, који код Х. П. Берлагеа достиже границу опсесије. (2) Привременији и опрезнији интерес – било да је побуђен спољним утицајем или чистом радозналошћу – су нпр. изражавали Поенкаре и Вајцекер. За ставове између та два можда је био типичан Кајпер [G. P. Kuiper] (1905-1973), који се упознао са Законом рецензирајући Берлагеову књигу из 1930., извео је сличну законитост 1949.[90] и задржао извјестан интерес

касније. (3) Потпуно одбацивање Њукомба, С. А. Аренијуса и др. Иако су ове разлике у ставовима појачане суштински и необично контроверзним карактером ТБЗ, Закон је узиман за примјер субјективизма у науци[91].

До краја 20. вијека физичари су били готово потпуно незаинтересовани за проблем правилности планетарних растојања. Космогонија је још била спекулативна дисциплина; сматрало се да је прерано да се теоријски изводе, или лабораторијски испитују, детаљни физички механизми комплексних процеса који се ту дешавају. До Другог свјетског рата готово ниједан истакнути физичар се није бавио законима планетарних растојања, али од тада се код њих неколико појавио интерес. Већина физичара су истраживали или „традиционална" астрофизичка извођења тих закона или пут „мегаквантизације". Овај други приступ је почео од аналогије са Боровим моделом атома, али посљедњих година постаје све више спекулативан (ако не и метафизички) и изван је нашег интересовања овдје. Напоменимо само да се чак и у том приступу неријетко јавља управо ЕТБЗ.

Значај који се придаје законима планетарних растојања се знатно мијењао, понекад из не сасвим јасних разлога. Занемарујући за тренутак субјективну страну, на велики интерес почетком 20. вијека утицали су потрага за транснептунском планетом и богатство нових идеја у космогонији. Сам ТБЗ је са своје стране имао извјестан утицај на те двије теме. Крајем 1930-тих година све постојеће космогоније су сматране неодрживим, па су се нове теорије природно појавиле 1940-тих. Ренесанса „класичне" области небеске механике је дијелом крива за велики научни интерес за ТБЗ крајем 60-тих и почетком 70-тих година 20. вијека. Врхунац је достигнут на Симпозијуму о поријеклу Сунчевог система одржаном 1972. у Ници, на ком је ТБЗ спадао у главне теме.

Задња „мода" ТБЗ током 1977-1982. је изгледа била повезана са повећаним интересом за Сунчев систем, који су појачале мисије *Voyager*. Спознаја, након открића његовог сателита 1978., да је Плутон – главни „прекршилац" Закона – мала планета такође је играла улогу. Овај пута, међутим, научници из главне струје су углавном остали индиферентни. Чланак М. Лекара [Myron Lecar] из 1973. године[92] је придонио још увијек преовлађујућем скептицизму према ТБЗ. Лекар је показао да случајна расподјела може репродуковати садашњи распоред планета уз услов да оне нису „превише близу" једна другој, иако под веома

поједностављујућим претпоставкама (због неадекватне моћи рачунара у оно вријеме).

Генерално, шира публика је помало у заблуди о ТБЗ. Кад неко тврди, на примјер, да је уопштио ТБЗ на сателите (што је први пут урађено 1787.[2, 3]!) онда се морамо питати да ли су писци уџбеника астрономије мудри што избјегавају дискусију ове контроверзне теме. Типичан уџбеник помиње само најстарији облик (1) и врло је неодређен према могућим објашњењима ТБЗ. Најекстремнији поглед против ТБЗ су изразили Х. Алвен [Hannes Alfvén] и Г. Аренијус [G. Arrhenius] у једној књизи намијењеној ширем кругу научника[93], иако је сам Алвен раније био извео једну законитост која подсјећа на ЕТБЗ[94] у склопу своје теорије о поријеклу Сунчевог система. С друге стране, аутори неких књига о Сунчевом систему су претјерано одушевљени законима попут ТБЗ[95].

5. Да ли размјерска инваријантност објашњава све?

Чињеница да су толико различите теорије водиле на исти закон – ЕТБЗ (3) – је могла указати на неки скривени принцип. Ј. Вигнер [Eugene Wigner] је 1963. поменуо ТБЗ у контексту принципа инваријантности[96], али само као примјер да случајни почетни услови могу довести до правилности. А. О. Барут је примијетио да ЕТБЗ показује *дискретну* размјерску инваријантност[97]. Више нових теорија ЕТБЗ се појавило током 1972-1992.[98]

Ф. Гране [F. Graner] и Б. Дибрил [B. Dubrulle] су 1994. показали да се ЕТБЗ може извести као посљедица (обично имплицитних) претпоставки о *непрекидној* размјерској инваријантности и осној симетрији[99]. Уз то, претпоставља се и временска независност и раздвајање модова („mode decoupling") по азимуталној и радијалној координати. Овдје ћемо репродуковати извођење Гранеа и Дибрил готово од ријечи до ријечи.

Било која физичка величина $g(r,\theta)$ се може разложити на азимуталне модове:

$$g(r,\theta) = \mathrm{Re}\sum_m a_m e^{i(m\theta+\theta_m)}.$$

У размјерски инваријантном и осно симетричном проблему раздвојени модови a_m се појављују у генеричким једначинама преко чланова као што су $(r/a_m)\partial a_m/\partial r,\ a_m\overline{a}_m/r^{2\gamma}$ итд., гдје је γ експонент размјерске трансформације за $g(r,\theta)$.

Као *довољан* услов за ЕТБЗ, Гране и Дибрил су изабрали генеричку једначину у облику

$$\frac{\partial a_m}{\partial r} = \frac{a_m}{r} H_m \left(\frac{|a_m|^2}{r^{2\gamma}} \right), \tag{5}$$

гдје је H_m регуларна функција. Замјеном промјенљивих $b_m = a_m / r^\gamma$, $x = \ln(r / r_0)$, гдје је r_0 нормализациони радијус, једначина (5) се своди на

$$\partial_x b_m = b_m G_m(|b_m|^2), \qquad G_m \equiv H_m - \gamma.$$

Разлагањем G_m у Тејлоров ред и задржавањем само најнижих чланова (који не зависе од b_m) добијамо

$$\partial_x b_m = (\mu + ik) b_m. \tag{6}$$

Уводећи фазу и амплитуду помоћу $b_m = B_m e^{i\phi}$ једначина (6) се може написати као систем

$$\partial_x B_m = \mu B_m, \qquad \partial_x \phi_m = k.$$

Према томе,

$$b_m = B_{m0} e^{(\mu + ik)x}.$$

Цилиндри који одговарају истим фазама су распоређени према

$$k x_{n+1} = k x_n + 2\pi,$$

или, враћајући се на радијалну координату,

$$r_{n+1} = e^{2\pi / k} r_n,$$

одакле формула (3) ЕТБЗ одмах слиједи ако узмемо $K = e^{2\pi / k}$.

У свом другом чланку[99], Гране и Дибрил су развили једноставан модел равног самогравитирајућег протопланетарног диска. ЕТБЗ се лако изводи уз услов да постоји механизам који изабира један мод који одговара критичном таласном броју $k_{cr} = 2\pi / \ln K$, гдје је сада *K* параметар фитовања. Овај механизам, који нарушава непрекидну размјерску инваријантност у дискретну размјерску инваријантност ЕТБЗ, је непознат. Наравно, *најнижи* мод k_0 би могли одредити гранични услови; ако се диск радијално протеже од r_{min} до r_{max} (угрубо од 0,3 до 50 а. ј.) онда је

$$k_0 = \frac{\pi}{\ln(r_{max} / r_{min})},$$

али је $k_0 << k_{cr}$, па гранични услови сами по себи не могу бити одговорни за нарушење симетрије.

О теорији Гранеа и Дибрил поставља се питање: да ли је Закон стваран и према томе размјерска инваријантност и осна симетрија су пожељни квалитети космогоније Сунчевог система или је Закон посљедица претпоставки? Чак се и сами аутори нису сложили у овом питању[100]. Њихова теорија је само „објашњење објашњења" ЕТБЗ – нека врста метатеорије.

Сродан проблем, који је први поставио 1843. један од оснивача теорије вјероватоће, француски филозоф и економиста А. О. Курно [Antoine Augustin Cournot] (1801-1877), је статистичка значајност Закона[101]. Сљедеће године, италијански астроном Ф. Карлини [Francesco Carlini] (1783-1862) је фитовао формулу (2) без Меркура методом најмањих квадрата и покушао да дода једну поправку зависну од масе[102]. Можда га је непостојање тестова статистичке инференције спријечило да дође до формуле (3). Прије неколико деценија, двије дискусије међу водећим статистичарима су се завршиле неслагањем[103]. Дефинитивно разрјешење ове дилеме није на видику: има релативно скорашњих чланака на страни ТБЗ[104], против њега[105], као и оних неутралнијих[106].

Тенденција средњих кретања у системима сателита ка самјерљивости је одавно примијећена, али њена веза са ТБЗ је скорашња[2]. Ако би количник периода револуције у систему тежио да буде константан, ЕТБЗ би слиједио из трећег Кеплеровог закона. Ово није случај у стварним системима. Противрјечне теорије су изнесене: ТБЗ је посљедица тенденције према или *супротно* од самјерљивости[99]!

У посљедњих петнаестак година, утврђено је помоћу компјутерских симулација да унутрашњи Сунчев систем није динамички стабилан током свог вијека[107]. У принципу, ово би могло учинити сва извођења ТБЗ из космогонијских теорија ирелевантним јер чак и најједноставније (дво-параметарско) правило статистички пада ако се примијени само на спољашњи систем. Међутим, није сигурно да ли је хаотична динамика избрисала сваку почетну правилност планетарних растојања, као што сматра већина небеских механичара[108], или је оставила још препознатљиве трагове првобитног поретка. У оба случаја, динамичка извођења ТБЗ –

вјероватно ЕТБЗ[109] – су још увијек могућа, иако су постојећа извођења ван главне струје небеске механике.

Једини покушај мултидисциплинарне синтезе је, колико нам је познато, учинио Нието[2] (стр. 131). Према Ниету, ЕТБЗ је посљедица формирања Сунчевог система, а периодична функција у „закону" типа Благ је посљедица динамичке еволуције Система. Овај квалитативни закључак није примљен са одушевљењем.

Сљедећа поента често недостаје у аргументима за или против ТБЗ. Физика генерално настоји да утврди релације између двије или више физичких опсервабли док је ТБЗ једна *ауто-релација* између величина исте врсте (планетарних растојања)[110]. Дакле, вјероватно се не може ни очекивати да Закон омогући значајан увид у детаље физике која се дешава у Сунчевом систему, чак и када би био потпуно оправдан како статистички тако и основним законима и симетријама. Закон може само индиректно повезати различите величине, као што је маса протопланетарне небуле, преко коефицијента K и дати нека ограничења модела[99]. У теоријама Алвена и Кајпера K експлицитно зависи од маса планета, али вјероватноћу да су тако комплексне правилности посљедица случаја, или доста једноставне механике „зона искључења", је још теже установити него за ТБЗ.

6. Објашњења и модификације ТБЗ у савременом периоду

Средином 1950-тих година постало је јасно да нема једноставног закона који би добро фитовао растојања. А. Е. Рој [A. E. Roy] је извукао из заборава формулу Блег (4)[111], италијански астроном Т. Николини [Tito Nicolini] закључује да постоји само приближно правило са количником растојања око $K = 1{,}65$[112], а руски астроном В. Ф. Чистјаков фитује максимална растојања умјесто средњих[113] и добија $K = 1{,}71$ уз добру корелацију. Проблем Блег-Ричардсонове формулације ТБЗ је велики број (експлицитних и прикривених) параметара. Прву једноставнију периодичну поправку ЕТБЗ дао је украјински физичар Т. А. Голобородко 1963. године[114]:

$$r_n = 0{,}217 \cdot 1{,}71^n \, 1{,}245^{\sin(54n+35°)} .$$

Даље поједностављење предлажио је Д. Ц. Кинг-Хил [D. G. King-Hele][115]

$$r_n = 0{,}19 \cdot 1{,}73^{n+0{,}3\sin(60n°)} ,$$

а нешто другачију формулу даје француски математички статистичар П. Дамиани [Paul Damiani][116]. Чистјаков и Голобородко су своја правила примијенили и на системе сателита Јупитера, Сатурна и Урана. Међутим, малобројни или никакви напори да се *изведу* закони са периодичним поправкама ЕТБЗ су учињени.

Већину важнијих теорија ЕТБЗ поменули су Гране и Дибрил. Даћемо неке коментаре на објашњења ЕТБЗ која они нису цитирали. Интересантне теорије су предложене користећи тзв. Лизегангов феномен у физичкој хемији. Г. П. Гладишев користи резултат поједностављеног модела Лизегангових прстенова, наиме да им је релативна величина константна, да добије ЕТБЗ директно[117]. А. Торамару и др. разматрају општији модел, чији један специјалан случај посједује дискретну размјерску инваријантност: „...scaling constants T and L [скале времена и дужине] cannot be uniquely determined from the physical parameters"[118] и води на ЕТБЗ. Дакле, они су се највише приближили принципима симетрије на које ће се касније позвати Гране и Дибрил. Изгледа да су обје теорије биле мотивисане пожељним особинама симетрије феномена бар колико и његовом физичком релевантношћу. С друге стране, А. Е. Филиппов уводи „природну" скалу у свој модел од почетка, али онда изводи ЕТБЗ директно из једне једначине која посједује дискретну размјерску инваријантност[119].

Диск теорије ЕТБЗ су уживале велику популарност у вријеме појављивања чланака Гранеа и Дибрил[120]. Жижа интересовања се онда помјерила према каснијим фазама формирања Сунчевог система – акумулацији планетезимала[121]. Ласкар је дао предност закону Шмитовог типа испред ЕТБЗ, што је био резултат студије различитих почетних расподјела масе планетезимала. Ласкарове аналитичке резултате, засноване само на једноставним физичким принципима као што су закони одржања, подржавале су и нумеричке симулације. Посљедњих година мало новог је објављено[122], што се дјелимично може приписати недоумицама које су донијела открића вансоларних планетарних система.

Класични облик (2) ТБЗ, чији константан члан нарушава размјерску инваријантност, и даље је присутан у радовима феноменолошког карактера[123], али су његова објашњења ријетка. Ли Ћибинова теорија[124] је типично објашњење какво су разматрали Гране и Дибрил, осим по претпоставци да површинска густина диска зависи од $r - c$ умјесто од r, гдје је c константа, што води на релацију (2). Константан члан код Перез-Меркадера [Perez-Mercader] је врло мали – једнак је полупречнику Сунца[125].

Можда катализован сумњама према ТБЗ, интерес за алтернативне законе планетарних растојања је обновљен у посљедњих двадесетак година. Од свих алтернативних закона, само за законе засноване на нулама Беселових функција[126] и законе Шмитовог типа је познато да се могу извести из космогонијских теорија, али они не могу уклопити цијели Систем једним скупом параметара[127]. Ове алтернативе експлицитно крше размјерску инваријантност; заиста, чим се јави асимптотика Беселове функције, или n и $(an+b)^2$ постане велико, појављује се упадљива линеарна скала: планете су скоро равномјерно распоређене. Механизми предложени да разјасне такве законе су бар толико различити као и они пронађени да разјасне ТБЗ.

7. Закључци

Експоненцијални облик Тицијус-Бодеовог закона је највише проучаван закон планетарних растојања; већина објашњења су увијек била повезана с тим обликом. Заједничке свим објашњењима, од којих су нека била очигледно погрешна, су биле – тек касније спознате – претпоставке о размјерској инваријантности и осној симетрији.

Развој ТБЗ је био веома спор из садашње перспективе: био је потребан вијек да се дође до једноставне формуле (3), још скоро 80 година до првог плаузибилног објашњења и даљих пола вијека да се открије скривени принцип. Многи разлози за овако спор напредак се могу препознати: а) научна јавност је подијељена по питању значаја Закона више од 160 година, често са субјективним и екстремним погледима; б) једна тако важна област као космогонија Сунчевог система је веома дуго времена била углавном препуштена аматерима; ц) постојала је слаба комуникација науке ван главне струје. Највећи дио историје ТБЗ – нарочито прије 1945. – састоји се од неповезаних настојања, некад и лутања, гдје поновна „открића", па и чисто плагијаторство нису ријетки. Ставови водећих научника, како у прилог тако и против Закона, изгледа да су имали скоро једнак утицај на перцепцију ТБЗ као и прави научни аргументи.

Тицијус-Бодеов закон је веома нетипичан случај у историји науке: никада није дефинитивно ни доказан ни оповргнут као закон. Тренутно схватање експоненцијалног ТБЗ, као најплаузибилнијег познатог закона планетарних растојања, је да би он *могао* бити посљедица симетрија, али имати ограничену релевантност

јер су његова статистичка значајност као и његова осјетљивост на физичке механизме маргинални.

Као *постскриптум* нашем чланку, можемо рећи да су могућа најмање три коначна исхода. Неухватљиво парадигматично објашњење – најмање вјероватан исход – би морало бити резултат замашног интердисциплинарног подухвата. Хаотична динамика Сунчевог система *пер се* не изгледа довољна за *теоријско* оповргнуће Закона, али би вјероватно била одлучујућа за овакав исход. Само би детаљно познавање вансоларних планетарних система који подсјећају на Сунчев систем омогућило да се Закон *опсервационо* оповргне.

Библиографија и анотација

1. Stillman Drake, *History of Free Fall* (Wall & Thompson, Toronto, 1989), стр. 84-86.
2. M. M. Nieto, *The Titius-Bode Law of Planetary Distances* (Pergamon, Oxford, 1972).
3. S. L. Jaki, „The early history of the Titius-Bode law", Am. J. Phys. **40**, 1014 (1972).
4. M. M. Nieto, „The letters between Titius and Bonnet and the Titius-Bode law of planetary distances", ibid. **53**, 22 (1985).
5. H. A. M. Snelders, „Numerology in German romanticism and "Naturphilosophie"", Janus **60**, 25 (1973).
6. Једноставна експоненцијална формула би обезбиједила бољу процјену, као што се јасно види из графа зависности log r_n од n [нпр. A. P. French, *Newtonian Mechanics* (W. W. Norton, New York, 1971), стр. 293.], али у то вријеме нико није имао такву идеју.
7. John F. W. Herschel, *Outlines of Astronomy* (Longmans, London, 1849), стр. 307-309.
8. Babinet, „Sur la position actuelle de la planète située au delà de Neptune, et provisoirement nommée Hyperion", C. R. Acad. Sci. **27**, 202-208 (1848).
9. Alexandre Gossart, *Sténarithmie*, **deuxième** edition (Mallet-Bachelier, Paris, 1853), стр.117.
10. Septimus Tebay, „On the law of Bode, with a remarkable coincidence in reference to the satellite system of Jupiter; and on the rotation of a heavenly body", Philos. Mag. **15**, 206 (1858).
11. José J. Landerer, *Tres puntos cientificos* (Imprenta de El avisador valenciano, Valencia, 1866), стр. 26-28.
12. J. J. Landerer, „Rapport entre les distances mutuelles des planètes et des satellites", Les mondes **15**, 61 (1867).
13. L. Gaussin, „Lois concernant la distribution des astres du système

solaire", C. R. Acad. Sci. **90**, 518; 593 (1880). [Ландерер је безуспјешно тражио приоритет у писму упућеном *Academie*: ibid., 717 (1880).]
14. R. S. Brown, „The planet Vulcan", Engl. Mech. Mirr. Sci. **5**, 11 (1867).
15. „Professor Vaughan on the origin of asteroids", *Popular Science Monthly* **15**, 570 (1879). [репринт: Observatory **3**, 254 (1879).]
16. T. Bassnett, *Outlines of a Mechanical Theory of Storms* (Appleton, New York, 1854), стр. 165-176.
17. Анонимни аутор, Overland Monthly and Out West Mag. **5**, 545 (1885).
18. Ronald L. Numbers, *Creation by Natural Law* (University of Washington Press, Seattle, 1977), стр. 62-63.
19. Daniel Kirkwood, „On certain harmonies of the solar system", Am. J. Sci. **88**, 1 (1864); Gustavus Hinrichs, „Introduction to the mathematical principles of the nebular theory, or planetology", ibid. **89**, 46, 134, 276 (1865).
20. E. V. Neale, „On the numerical relations of the distances between the planets and Sun", Philos. Mag. **26**, 462 (1863).
21. P. E. Chase, „Sur les positions des principales planètes", C. R. Acad. Sci. **90**, 912, 1061 (1880); J. Delauney, „Sur les distances des planètes au soleil, et sur les distances des comètes périodiques" (Extrait), ibid. **105**, 515 (1887).
22. Jacob Ennis, *The Origin of the Stars* (Appleton, New York, 1867), стр. 256-261.
23. P. E. Chase, „Further illustrations of central force", Proc. Am. Philos. Soc. **17**, 98 (1878).
24. Camille Flammarion, *Astronomie populaire* (Marpon, Paris, 1880), стр. 275.
25. General Lafouge, *Essai synthétique sur la formation du système solaire* (Martin, Châlons-sur-Marne, 1898), Vol. **I**, стр. 73-87.
26. William S. Henson, *The Great Facts of Modern Astronomy* (Newark, New Jersey, 1871).
27. Édouard Roche, „Essai sur la constitution et l'origine du système solaire", Mem. Acad. Sci. Lett. Montpellier **8**, 235 (1873).
28. Stephen G. Brush, *A History of Modern Planetary Physics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1996), Vol. **I**
29. Ferdinand Kerz, *Die Entstehung des Sonnensystems*, **2**nd edition (Schlapp, Darmstadt, 1877), gl. V, стр. 49-70.
30. L. Matthiesen, преглед књиге *Die Weltschöpfung vom Standpunkte der neuen Wissenschaft* Филипа Шпилера, Literaturztg. d. Zeitsch. f. Math. u. Phys. **13**, 61 (1868).
31. P. S. de Laplace, *Mechanik des Himmels*, prevod J. C. Burckhardta (LaGarde, Berlin, 1800), Vol. **II.**
32. Ferdinand Kerz, *Erinnerungen an Sätze aus der Physik und der Mechanik des Himmels* (Veit, Leipzig, 1884), gl. VIII-IX, стр. 147-182.

33. Керцово извођење ТБЗ помиње само W. Wundt, „Ueber das kosmologische problem. Einleitung", Vierteljahrschr. Wissensch. Philos. Soziol. **1**, 80 (1877), стр. 89.
34. L. Saalschütz, „Kosmogonische Betrachtungen", Schriften Phys.-ökon. Ges. Königsberg **28**, 73 (1887).
35. Du Ligondès, „Sur les planètes téléscopiques", Bull. Soc. Astron. France **15**, 358 (1901); "Au sujet des planètes transneptuniennes", ibid. **17**, 121 (1903).
36. У литератури из тог времена цитиран је само у годишњаку *Année scientifique et industrielle* **47**, 30 (1904), а у историјској литератури u radu: Morton Grosser, "The search for a planet beyond Neptune", ISIS **55**, 163-183 (1964).
37. Henri Poincaré, *Leçons sur les hypothèses cosmogoniques* (Hermann, Paris, 1911), гл. V, стр. 83-115.
38. P. Ledoux, „Sur la stabilité gravitationnelle d'une nébuleuse isotherme", Ann. Astrophys. **14**, 438 (1951).
39. P. Barge and J. Sommeria, „Did planet formation begin inside persistent gaseous vortices?", Astron. Astrophys. **295**, L1 (1995).
40. E. Roger, „Sur les distances moyennes des planètes au Soleil", C. R. Acad. Sci. **106**, 249 (1888).
41. E. Roger, *Recherches sur le système du monde*, **2**nd edition (Gauthier-Villars, Paris, 1896).
42. M. A. Blagg, „On a suggested substitute for Bode's law", Mon. Not. R. Astron. Soc. **73**, 414 (1913).
43. D. E. Richardson, „Distances of planets from the Sun and of satellites from their primaries in the satellite systems of Jupiter, Saturn, and Uranus", Pop. Astron. **53**, 14 (1945).
44. G. Armellini, „Sopra le distanze dei pianeti dal Sole", Atti R. Accad. Linc. **26**, 316 (1917).
45. P. Burgatti, „La legge esponenziale nei sistemi di Giove, Saturno e Urano", Rend. Sess. R. Accad. Sci. Ist. Bologna **23**, 72 (1919).
46. L. Basano and D. W. Hughes, „A modified Titius-Bode law for planetary orbits", Nuovo Cimento **2C**, 505 (1979).
47. E. Badolati, „A supposed new law for planetary distances", Moon. Planets **26**, 339 (1982).
48. Tito Armellini, „Intorno alcune relazioni del sistema planetario con i satellitali", *Giorn. Arcad.* **168** (n. s. **23**), 51-80 (1861).
49. Р. А. Варданян и Г. А. Саиян, „О законе планетных расстояний", Сообщ. Бюрак. Обс. **57**, 85 (1985).
50. Писмо Ц. Дарвина Ч. Дарвину, датирано 6. марта 1880. [No. 12518, online database of the The Darwin Correspondence Project], као и рад Philos. Trans. Roy. Soc. London **172**, 491 (1881).
51. G. H. Darwin, „Periodic orbits", Acta math. (Stockholm) **21**, 99

(1897), стр. 194.
52. K. Bohlin, „Relationer mellan distanserna inom Saturnus-systemet", Ofvers. Kongl. Vet.-Akad. Forh. Stockholm **54**, 389 (1897).
53. C. V. L. Charlier, „Das Bodesche Gesetz und die sogenannten intramerkuriellen Planeten", Astron. Nachr. **193**, 269 (1913). [Овај рад је доживио више од десет прегледа (на неколико језика) и репринта!]
54. Svante August Arrhenius, *Lehrbuch der kosmischen Physik* (Hirzel, Leipzig, 1903), стр. 88-90.
55. G. H. Darwin, address by the president on presenting the gold medal of the Society to M. H. Poincaré, Mon. Not. R. Astron. Soc. **60**, 406 (1900).
56. W. Sutherland, „Bode's law and spiral structure in nebulae", Astrophys. J. **34**, 251 (1911).
57. Двије такве теорије су: Mladen Hegedušić, *Spiralni karakter planetarnog sistema*, Zagreb, 1925, и Wilhelm M. Bauer, *Geo- und Astrophysik*, Salzburg, 1975.
58. C. E. Stromeyer, „Saturn's ring divisions and meteoric cosmogony", J. Brit. Astron. Assoc. **25**, 133 (1914).
59. Emile Belot, *L'origine dualiste des mondes. Essai de cosmogonie tourbillonnaire* (Gauthier-Villars, Paris, 1911).
60. E. Belot, „Sur la loi de Bode et les inclinaisons des équateurs sur l'écliptique", C. R. Acad. Sci. **141**, 937 (1905).
61. O. E. Glenn, „Theory of planetary systems", Ann. R. Scuola norm. sup. Pisa. Sci. fis. mat. **7**, 297 (1938).
62. C. F. von Weizsäcker, „Über die Entstehung des Planetensystems", Z. Astrophys. **22**, 319 (1944).
63. G. Gamow and J. A. Hynek, „A new theory by C. F. von Weizsäcker of the origin of the planetary system", Astrophys. J. **101**, 249 (1945).
64. George Gamow, *One Two Three... Infinity* (Viking, New York, 1947), стр. 308-312.
65. J. Tuominen, „Weizsäcker's theory of the origin of the solar system", Ann. Astrophys. **10**, 179 (1947).
66. D. ter Haar, „Further studies on the origin of the solar system", Astrophys. J. **111**, 179 (1950).
67. S. S. Huang, „A nuclear-accretion theory of star formation", Publ. Astron. Soc. Pac. **69**, 427 (1957).
68. G. A. Mokrzycki, „The aerodynamic cosmogony", Bull. Polish Inst. Arts Sci. Amer. **2**, 169 (1943).
69. J. Wąsik, „The aerodynamical vortex and spiral nebulae", Acta Astron. **3a**, 147 (1937).
70. Од послијератних аматерских теорија које су предвиђале регуларност планетарних растојања, један рад је можда

вриједан помена: B. W. Pendred, „The formation of planets", J. Brit. Interplan. Soc. **20**, 196 (1965).
71. Aleksey E. Levin and Stephen G. Brush, *The Origin of the Solar System. Soviet Research 1925-1991* (AIP, New York, 1995), стр.41.
72. O. Yu. Schmidt, „On the law of planetary distances", C. R. Acad. Sci. URSS **52**, 666 (1946).
73. Г. А. Чеботарев, Труды Первого совещания по вопросам космогонии, Москва, 275 (1951). АН СССР, Москва, (1951).
74. V. S. Safronov, „O. Yu. Shmidt and Cosmogony", Ukr. Math. J. **23**, 580 (1971).
75. В. С. Сафронов, Эволюция допланетного облака и образование Земли и планет, Наука, Москва, 1969, стр. 131-135.
76. A. V. Vityazev, G. V. Pechernikova, and V. S. Safronov, „Limiting masses, distances, and times for the accumulation of planets of the terrestrial group", Sov. Astron. **22**, 60 (1978).
77. Једини релативно свеобухватан преглед космогонија 19. и раног 20. вијека је референца 28; за средину 20. вијека видјети том III истог дјела.
78. Elias Loomis, *The Recent Progress of Astronomy* (Harper, New York, 1850), стр. 39-40. [У свом *Treatise on Astronomy из 1868.*, стр. 245, Лумис више не користи дрзак израз који описује ТБЗ као „спрдњу" („mockery") од закона.]
79. J. P. Nichol, *The Planetary System* (Bailliere, London, 1850), стр. 60-65.
80. S. Alexander, „On the extension of Bode's law" [апстракт], Proc. Am. Assoc. Adv. Sci. **4**, 381 (1851).
81. Éd. Roche, „Note sur la loi de Bode", Proc. verb. Acad. Sci. Lett. Montpellier **7**, 40 (1853).
82. J. P. Nichol, *A Cyclopædia of the Physical Sciences* (Griffin, London, 1857), стр. 74.
83. Pierre Larousse, *Grand dictionnaire universel du XIXe siècle* (Administration du grand dictionnaire universel, Paris, 1865), Vol. **2**, стр. 850.
84. *Johnson's New Universal Cyclopædia* (Johnson, New York, 1878), Vol. **III**, стр. 1272-1274.
85. Richard Newcomb, *Popular Astronomy* (Harper, New York, 1878), стр. 233.
86. Изузетак је био спекулативни приступ геолога Ф. Б. Тејлора [Frank Bursley Taylor] (нпр. у памфлету *An Endogenous Planetary System*, Fort Wayne, Indiana, 1898).
87. Полемика између Армелинија и Белоа је трајала двије године: G. Armellini, „A new empirical law connecting the distances of the planets from the Sun", Observatory **40**, 346; E. Belot, correspondence, ibid. 457 (1917); G. Armellini, „Il sistema planetario

e le sue leggi empiriche", Scientia **24**, 417 (1918); E. Belot, „Le danger de l'application du calcul des probabilités aux sciences de la nature et en particulier à l'astronomie", ibid. **26**, 242 (1919).
88. Alphonse Berget, *Le Ciel* (Larousse, Paris, 1923), стр. 104. [Цитат из P. Reynaud, *Etude sur le Système solaire* (Gauthier-Villars, Paris, 1919); rastojanje je dao još F. Chapelle, *Distances des planètes et de leurs satellites* (Chevalier, Saint-Étienne, 1886).]
89. J. Lamont, „Übersicht des Planeten-Systems nach dem gegenwärtigen Bestande; künftige Aussichten", Unterhalt. Dilett. Freunde Astron. Geogr. Witt. **3**, 281 (1849).
90. G. P. Kuiper, „The law of planetary and satellite distances", Astrophys. J. **109**, 308 (1949).
91. M. Polanyi, „Passion and controversy in science", Lancet **270**, 921 (1956).
92. M. Lecar, „Bode's law", Nature (London) **242**, 318 (1973).
93. Hannes Alfvén and Gustaf Arrhenius, *Evolution of the Solar System* (NASA, Washington, 1976), **SP-345**, стр. 33.
94. H. Alfvén, „On the cosmogony of the solar system. II", Stockholm Obs. Annaler **14 (5)**, 32 стр. (1942).
95. Нарочито књига: Frank W. Cousins, *The Solar System* (Pica, New York, 1972), гл. 12, стр. 213-228. [Истина, аутор је аматер.]
96. E. P. Wigner, „Events, laws of nature, and invariance principles", Science **145**, 995 (1964).
97. A. O. Barut, „Symmetry and dynamics: Two distinct methodologies from Kepler to supersymmetry", Symposium Symmetries in Science II, Carbondale, Illinois, 37-50, (1986), edited by B. Gruber, Plenum, New York, (1986).
98. Видјети преглед многих од тих теорија: S. G. Brush, „Theories of the origin of the Solar System 1956-1985", Rev. Mod. Phys. **62**, 43 (1990).
99. F. Graner and B. Dubrulle, „Titius-Bode laws in the solar system", Astron. Astrophys. **282**, 262, 269 (1994).
100. R. Matthews, „The ghostly hand that spaced the planets", New Sci. **142**, 13 (April 9, 1994).
101. A. A. Cournot, *Exposition de la théorie des chances et des probabilités* (Hachette, Paris, 1843), стр. 430-432.
102. F. Carlini, „Dell'orbita ellittica della cometa ultimamente osservata e di alcune leggi che appariscono nella distribuzione de' corpi del sistema solare", Mem. R. Ist. lomb. Sci. Lett. **2**, 153 (1845).
103. I. J. Good, „A subjective evaluation of Bode's law and an 'objective' test for approximate numerical rationality" [са дискусијом], J. Am. Stat. Assoc. **64**, 23 (1969); B. Efron, „Does an observed sequence of

numbers follow a simple rule? (Another look at Bode's law)" [са дискусијом], *ibid.* **66**, 552 (1971).
104. V. Pletser, „Exponential distance relations in planetary-like systems generated at random", Earth Moon Planets **42**, 1 (1988).
105. W. Hayes and S. Tremaine, „Fitting selected random planetary systems to Titius-Bode laws", Icarus **135**, 549 (1998).
106. P. Lynch, „On the significance of the Titius-Bode law for the distribution of the planets", Mon. Not. R. Astron. Soc. **341**, 1174 (2003).
107. J. J. Lissauer, „Chaotic motion in the Solar System", Rev. Mod. Phys. **71**, 835 (1999).
108. J. Laskar, „Large scale chaos and marginal stability in the Solar System", Celest. Mech. Dyn. Astron. **64**, 115 (1996).
109. R. W. Bass and A. del Popolo, „Dynamical derivation of Bode's law", Internat. J. Mod. Phys. **D14**, 153 (2005).
110. Edelen and Wilson, *Relativity and the Question of Discretization in Astronomy* (Springer, Berlin, 1970), стр.113.
111. A. E. Roy, „Miss Blagg's formula", J. Brit. Astron. Assoc. **63**, 212 (1953).
112. Tito Nicolini, „Sulla formula delle distanze planetarie", Ann. Ist. Univ. Nav. Napoli **26**, 15 (1957).
113. В. Ф. Чистяков, „Закон планетных расстояний", Бюл. Всесоюз. астр. геод. общ. **17**, 51 (1956).
114. Т. А. Голобородько, „Закон планетных расстояний", Бюл. Всесоюз. астр. геод. общ. **34**, 14 (1963).
115. D. G. King-Hele, „Heavenly harmony and earthly harmonics", Quart. J. R. Astron. Soc. **13**, 374 (1972).
116. P. Damiani, „Distances des planètes au soleil: Recherche d'une loi", J. Soc. Stat. Paris **124**, 129 (1983).
117. G. Gladyshev, „The physicochemical mechanism of the formation of planetary systems", Moon Planets **18**, 217 (1978).
118. A. Toramaru, K. Ito, and S. Kai, „The Liesegang model of the Titius-Bode's law", Forma **6**, 247 (1991).
119. A. E. Filippov, „Collapse of a dusty medium and Titius-Bode law in natural units", JETP Lett. **54**, 351 (1991).
120. G. N. Estberg and D. P. Sheehan, „A turbulent fluid model for the evolution of zonal jets in a pre-planetary nebular disk", Geophys. Astrophys. Fluid Dyn. **78**, 211 (1994); S. Rica, „Formation de structures via une instabilité gravitationnelle", C. R. Acad. Sci. Paris **320 IIb**, 489 (1995); E. Willerding, „Evolutionary processes in the protoplanetary accretion disk", Planet. Space Sci. **43**, 283 (1995); X. Q. Li, H. Zhang, and Q. B. Li, „Self-similar collapse in nebular disk and the Titius-Bode law", Astron. Astrophys. **304**, 617 (1995).
121. T. Kawai, „Pattern formation by inelastic collisions, especially in planetary systems", Int. J. Mod. Phys. **B12**, 309 (1998); J. Laskar, „On the spacing of planetary systems", Phys. Rev. Lett. **84**, 3240

(2000).
122. Изгледа да само још Е. Грив заступа диск теорију ЕТБЗ, в. нпр. E. Griv and M. Gedalin, „Formation of the solar system by instability", Dynamics of Populations of Planetary Systems. Proc. IAU Colloquium No. 197, Belgrade, 97-106 (2004), edited by Z. Knežević and A. Milani, Cambridge University Press, (2005).
123. R. Neuhäuser and J. V. Feitzinger, „ A generalized distance formula for planetary and satellite systems", Astron. Astrophys. **170**, 174 (1986).
124. Chi-bin Li, „On the origin of the Solar System", Chin. Sci. Bull. **22**, 390 (1977).
125. J. Pérez-Mercader, „Coarse-graining, scaling, and hierarchies", Nonextensive Entropy: Inter-disciplinary Applications, Santa Fe, 357-376, (2002), edited by M. Gell-Mann and C. Tsallis, Oxford University Press, Oxford, (2004).
126. V. L. Polyachenko and A. M. Fridman, „The law of planetary distances", Sov. Astron. **16**, 123 (1972).
127. Осим тога, фитовање формуле (3) за унутрашњи и спољашњи Сунчев систем *посебно*, које је први пут поменуо V. Varićak, „O predočivanju distanca", Rad jugosl. akad. znan. umj. **230**, 259 (1925), даје боље резултате.

ВЕРОВАТНОЋА У РАНОЈ КВАНТНОЈ ФИЗИЦИ

Иван Аничин

Сажетак: *Приказан је рад Е. Фон Швајдлера из 1905. године у коме је кроз пробабилистичку интерпретацију радиоактивности по први пут наслућен суштински вероватносни карактер субмикроскопских појава. Дискутована је судбина ове идеје у вртлогу открића која су коначно довела до устоличења доктрине квантног статистичког детерминизма. Закључили смо да је, супротно разумним очекивањима у ретроспективи, њена улога у овом бурном процесу била практично занемарљива. Продискутовани су и могући разлози за такав развој догађаја.*

1. Увод

Једна од основних, а можда и главна, особеност дискретне структуре материје, а тиме и квантних теорија које ову структуру описују, јесте, како се испоставило, суштински вероватносни карактер субмикроскопских појава. Схватање да се природа у свим аспектима на најдубљим нивоима структуре понаша управо на тај начин сазревало је споро, уз разумљиве отпоре и заобилажење неизбежних закључака које је емпирија наметала, а који су се противили парадигми класичног детерминизма, утемељеној на студијама макросвета, које су кулминирале крајем XIX века. Предмет овог рада је истицање, чак и данас, релативно мало познате чињенице да је први суштински случајан феномен био коректно експлициран још у самим почецима развоја квантне физике, случајном коинциденцијом управо током Ајнштајнове «чудноване» 1905. године. То откриће, које је поникло унутар студија појава природне радиоактивности је, међутим, релативно дуго било непрепознато као такво, и зачудо није одиграло значајнију улогу у еволуцији слике о истински случајном карактеру природе. Та слика је комплетирана тек неких двадесетпет година касније, на основу разматрања карактера појава у другим областима квантне

феноменологије, где је инхерентна пробабилистичност далеко мање очигледна него у појави коју овде дискутујемо. Покушаћемо и да нађемо узроке таквог стања ствари.

2. Статистички детерминизам

Да бисмо потпуније оценили значај открића о коме говоримо, дефинишимо у најкраћим цртама основне карактеристике статистичког детерминизма, онако како их данас видимо. Статистички Детерминизам (у даљем тексту СД) подразумева постојање почетног стања које може **идентично** да се реплицира (или по ансамблу и/или у времену) из кога постоји **увек исти спектар коначних стања** (дискретан или континуиран) који се реализује са **увек истом дистрибуцијом** (или дистрибуцијом густине) **вероватноћа**, који се може измерити (фреквенционистички) и предвидети (теоријски), при чему тачност слагања (у случају егзактне теорије), због постојања неизбежних **флуктуација**, расте са порастом броја реализација. Класични СД претпоставља постојање скривеног механизма у позадини вероватноћа (што макар у принципу дозвољава редукцију на класични детерминизам) док квантни (аутентични) СД одриче постојање таквих механизама (или их бар не захтева). Класични детерминизам (или каузалност, како га је Ајнштајн звао) се иначе формално може сматрати специјалним случајем статистичког, у случају када је спектар коначних стања једнак делта функцији (или, једноставно речено, када постоји само један исход из датог почетног стања). У општем случају су, дакле, егзактно (класично каузално), детерминисане само дистрибуције вероватноћа дозвољених исхода, а тиме и сви параметри тих дистрибуција – њихове средње вредности, али и њихове дисперзије. Обично се на ову чињеницу поједностављено реферише као на «детерминизам (или каузалност) средњих вредности», који се реализује тим тачније што је број реализација дате субмикроскопске ситуације већи. Предмет физике у класично детерминисаном, каузалном, свету је налажење **јединственог дозвољеног исхода** из дате ситуације, за који се увек може рећи да се реализује са вероватноћом од 100%, док је у СД то налажење **спектра дозвољених исхода**, па затим и **вероватноћа њиховог појављивања**. Биће корисно да ову општу дефиницију специфицирамо мало детаљније. У том циљу приметимо да исходи из једне те исте ситуације операционо могу бити дистрибуирани на бар четири различита начина. Када убудуће будемо говорили о неком специфичном модалитету СД, а не само о СД генерално,

користићемо номенклатуру под којом ћемо их сада навести. Дакле, исходи из дате ситуације могу бити дистрибуирани:

СД1. **У простору**, када говоримо о просторним **дистрибуцијама интензитета** било које врсте честица - изворно фотона, а потом и свих других. Ако поље има квантну структуру, намеће се класично детерминистичко питање: шта одређује судбину појединачног кванта у том пољу? За ово питање се често, без конкретног реферисања, каже да га је први поставио Ајнштајн, који је први и увео квантовање електромагнетног поља, чему се целокупна комуна физичара иначе веома дуго опирала.

СД2. **По енергији** (импулсу или некој другој варијабли), када се ради о аутентично **континуираним спектрима** зрачења, али и о природним ширинама линија у дискретним спектрима, где се већ само на основу релација неодређености не може предвидети енергија конкретног израченог кванта (када се поставља класично детерминистичко питање: шта одређује енергију (или неку другу особину) конкретне честице зрачења емитоване у прелазу између дефинисаних стања одређених природних ширина?)

СД3. **По типу процеса**, при чему се мисли на **гранање** увек истог почетног стања на дати број (који може бити и један) разлучивих процеса **датих интензитета**, који воде у различита коначна стања (када се класично детерминистички питамо: шта одређује ка ком ће од могућих финалних стања кренути партикуларна реализација процеса?). У терминологији квантне теорије мерења ово се своди на такозвани «колапс таласне функције». Све манифестације СД одговорне су за немогућност једнозначног предвиђања **будућег** стања индивидуалне реализације датог система, док је овај аспект СД одговоран и за немогућност да се на основу садашњег стања икако «предвиди» **прошло** стање система.

СД4. **По времену догађања**, при чему мислимо на тренутак у коме ће се десити дати (спонтани) микроскопски процес (када се поставља класично детерминистичко питање: шта одређује када ће се десити «распад» појединачне реализације датог стања?). Иако операционо различита, ова тачка повезана је са претходном преко релација неодређености (што је могло бити установљено тек по уочавању ових релација). Наиме, тотална вероватноћа прелаза λ (некохерентан збир вероватноћа за све процесе којима

се дато стање деексцитира) везана је са средњим временом τ после кога долази до реализације (било ког) прелаза једноставно као $\lambda=1/\tau$ (што је, као што ћемо видети, релација позната из ране радиоактивности, која је претходила релацијама неодређености читавих двадесет година!) односно, природна ширина стања Γ и средње време његовог живота везани су као $\Gamma=\hbar\lambda=\hbar/\tau$.

Потпуна немогућност налажења операционих одговора на сва горња класично детерминистичка питања **захтева** пробабилистичку теорију, и, као што се показало, све ове ситуације успешно су интерпретиране у оквиру јединственог формализма квантне, односно таласне, механике. Да су све ове ситуације само четири стране исте медаље схваћено је, међутим, тек тридесетих година XX века. Коначно, као заједничка особина свих манифестација СД, остаје постојање неизбежних и непредвидивих **флуктуација** у реализацији конкретне дистрибуције вероватноћа, које у средњем, релативно у односу на број реализација, увек расту са смањењем броја реализација.

3. Званична верзија историјата утемељења парадигме квантног статистичког детерминизма

Стање у физици крајем XIX века често се описује исказом Лорда Келвина да се: «на ведром небу класичне физике налазе само два облака, проблем етра и проблем зрачења црног тела». Већина историчара тог периода сматра да је из решења првог проблема настала теорија релативности, а из решења другог квантна теорија. Иако се са овим поједностављеним ставовима може полемисати, када се ради о квантној теорији неспорно је да је њен настанак иницран увођењем квантне хипотезе у објашњење спектра зрачења усијаних тела. Ово зрачење, међутим, на температурама на којима је тада могло бити студирано, садржи кванте тако малих енергија да му се тек данас, и то са тешкоћом, квантна структура може експлицитно опазити. Сам Планк, уосталом, квантовање поља зрачења није ни претпоставио, што је захтевало интуицију и храброст једног Ајнштајна (и проток времена у трајању од пет година). То што је квантовање аката емисије зрачења уведено за објашњење тако неизражено квантне појаве у великој мери је парадоксална ситуација, јер је у доба Келвинове дефиниције стања у класичној физици већ неколико година била позната високоенергетска и драстично квантна појава природне радиоактивности, која је по својој загонетности и изазовима далеко превазилазила оба Келвинова проблема. Но то је постало очигледно тек када је радиоактивност коначно била објашњена у потпуности, када се испоставило да су за то биле потребне и теорија релативности и квантна теорија, те да је тај тада пређутани «трећи облак» као инспиратор уствари потенцијално вредео као прва два заједно. Налажење разлога оваквог парадоксалног развоја догађаја такође је делимично предмет нашег даљег интересовања. След догађаја који је довео до устоличења квантног СД описан је и анализиран од стране како многих учесника тако и историчара физике и квантне механике (например 1-3) што и представља усредњену «званичну верзију» историјата ове пресудне епизоде у развоју модерне слике света. Ми се том добро познатом главном линијом развоја нећемо бавити, осим у оним детаљима у којима се она додирује са догађајима који нас овде занимају и који су могли, а нису постали њен саставни део.

Суштински пробабилистички карактер субмикроскопских појава схваћен је и прихваћен (са значајним оградама од стране двојице главних контрибутора, Ајнштајна и Шредингера) Борновом пробабилистичком интерпретацијом Шредингерове таласне функције, 1926. године. Будући да нам то овде није основна преокупација, ми ћемо целокупни званични историјат утемељења квантног СД сажети у приказ тог развоја онако како га је представио сам Макс Борн у својој Нобеловској лекцији 1954. године[4)]. Притом ћемо акцентирати оне делове из тог приказа који се односе на пресудне Ајнштајнове доприносе, који је практично и био једини рани адвокат квантног статистичког детерминизма (чему је посвећен велики број студија, укључујући и тумачење његових каснијих дилема по питању потпуности квантно-механичког описа, рецимо 5-10). У вези са тим није неважно присетити се да је у време Борнове лекције Ајнштајн још увек био жив. Два следећа цитата из Борнове лекције су битна. Говорећи о проблему налажења интензитета атомских зрачења чије је енергије Боров модел добро интерпретирао, Борн каже: «...**Али одлучујући корак опет је учинио Ајнштајн, који је новим извођењем Планкове формуле, кристално јасно показао да класични концепт интензитета зрачења мора бити замењен статистичким концептом *вероватноће прелаза*. Сваком месту у нашој матрици (прелаза) припада (уз фреквенцију $\nu_{mn}=(E_n-E_m)/h$) и одређена вероватноћа за прелаз везан са емисијом или апсорпцијом.**» Борн притом мисли на рад из 1916[11)] (иако се на њега експлицитно не реферише), у коме Ајнштајн

уводи своје познате коефицијенте за спонтану и стимулисану емисију и апсорпцију у ансамблу радијатора у равнотежи, које интерпретира као вероватноће за одговарајући процес, што изнова доводи до Планковог закона зрачења. (За наше касније потребе значајно је да ту, између осталог, Ајнштајн експлицитно каже: «...У корист ове теорије говори и то што статистички закон за спонтано зрачење није ништа друго до Радерфордов закон радиоактивног распада,...»). Борн тиме одаје признање Ајнштајну за увођење СД, по нашој тачки СД3. Касније, говорећи о интерпретацији Шредингерове таласне функције, Борн каже: «...**Поново ми је једна Ајнштајнова идеја послужила као водиља. Он је покушао да дуалност честица, кваната светлости или фотона, и таласа, учини схватљивом интерпретирајући квадрат амплитуде оптичког таласа као густину вероватноће за појаву фотона. Овај концепт могао се одмах пренети на ψ функцију: $|\psi|^2$ морао би да представља густину вероватноће за електроне (или друге честице)**...». *) Историчари се не слажу са местом на ком је Ајнштајн ово могао да каже, јер се у писаној форми овакав исказ код Ајнштајна нигде не може наћи. Већина претпоставља да је то могло да буде на Првом Солвејевом конгресу 1911. Било како било, Борн овим Ајнштајну одаје признање да је први увео СД и по питању наше тачке СД1.

Још један важан Ајнштајнов допринос, кога је Борн изоставио, а који је претходио онима које у цитираној лекцији помиње, исказан је још у раду из 1909 године, посвећеном флуктуацијама поља зрачења[12)], што представља још једну везу са главном темом нашег приказа. Поред таласних флуктуација поља, које потичу од интерференције таласа са случајним фазама, Ајнштајн овде уводи и честичне флуктуације које су последица квантне структуре поља, које су идентичне са флуктуацијама у радиоактивности, о чему ћемо такође нужно још говорити.

У свом прегледу битних елемената из којих је израсла статистичка интерпретација квантне механике Борн, као и многи други пре и после њега, са изузетком Ајнштајна у цитираном

*) На почетку рада из 1926., у коме уводи статистичку интерпретацију, Борн каже: "...У том циљу служим се Ајнштајновом опаском о односу између таласног поља и светлосних кваната; он је рекао, мање више, да су таласи присутни само да би честичним квантима светлости показали пут, и у том смислу он је говорио о "сабласном пољу" ("Gespensterfeld" ili "ghost field"). Оно одређује вероватноћу да квант светлости, носилац енергије и импулса, крене одређеним путем: самом таласном пољу не припадају ни енергија ни импулс."

раду, уопште не спомиње радиоактивност као појаву за коју је, захваљујући раду који је предмет овог текста, већ тада било јасно да се без вероватносне интерпретације никако неће моћи разумети.

4. Радиоактивност – откриће испред свог времена

Радиоактивност је откривена 1896. године, као у потпуности природна појава, ван човекове контроле. Детаљно објашњење овог сложеног феномена, који потиче из атомског језгра под дејством интеракција које се иначе у другим везаним системима честица не манифестују, морало је да сачека знања о структури атома, али су се неке партикуларне особине могле разумети већ применом општих принципа, па затим и новонастале теорије релативности и квантне теорије. Ово је било омогућено изванредним експерименталним ангажманом на прикупљању емпиријског материјала о овој крајње актуелној теорији неподатној појави. Да су се тада, као данас, финансирала само теоријски добро образложена истраживања, вероватно још увек не би било ни нуклеарне физике ни физике елементарних честица. Историјат открића и еволуција разумевања радиоактивности описани су у великом броју књига и радова (рецимо 13-15) и ми ћемо се овде ограничити само на оне детаље који су релевантни за предмет нашег интересовања.

Будући да су примарни носиоци природне радиоактивности веома дугоживећи, и да је њихова активност практично стална у времену, није чудо што је та особина ове појаве изазивала највећу нелагодност међу пионирима њеног истраживања. Не само да је, без потребе за икаквим спољашњим агенсом, ослобођена енергија по јединици масе била милионима пута већа но у свим до тада познатим процесима, већ је та генерација изгледала вечита и непертурбабилна, што је *de facto* представљало оличење перпетуум мобилеа. Већ то је било довољно да се код највећег броја физичара, који се нису директно бавили овом појавом, изгради нека врста прећутног занемаривања њеног постојања (неки историчари тог периода тврде да је 1897. истраживање радиоактивности током извесног времена чак било потпуно прекинуто). Стога је Радерфордово откриће краткоживећих активности и експоненцијалног закона њиховог распада дошло као велико олакшање. Овај закон је тумачен на разне начине. Киријеви у традицији физике континуума у почетку сматрају да је сваки радио-

активни атом континуирано активан, а да му активност експоненцијално опада са временом. Радерфорд и Соди (1903) сматрају да је радиоактивност сачињена од скупа дискретних аката спонтане трансформације појединачних атома, који се до тренутка «експлозије» понашају као нормални, стабилни атоми. Ово гледиште, које и данас сматрамо исправним, они претварају у диференцијалну једначину: $-(dN/dt)/N=const=\lambda$, која за решење има емпиријски закон распада: $N=N_0 \exp(-\lambda t)$. Речима – брзина распада пропорционална је само тренутно присутном броју атома, или, у истим интервалима времена увек се распадне исти проценат од тренутно присутног броја атома, при чему је тај проценат одређен константом распада λ. Њихова интерпретација ове величине није ишла даље од ове феноменолошке дефиниције.

Исправност закона распада отада је тестирана са високом тачношћу не само за стања сложених система, као што су то радиоактивни атоми, већ и током више од десет средњих живота, у изванредним (г – 2) експериментима, чак и за такав безструктурни фундаментални ентитет као што је то мион.

5. Egon Ritter von Schweidler и пробабилистичка интерпретација радиоактивности

Следећи пресудан допринос у разумевању радиоактивности учинио је фон Швајдлер (Сл.1 и Сл.2), у раду који је и главни предмет нашег интересовања[16]. Рад под насловом: „Uber Schwankungen der radioaktiven Umwandlung" (О Флуктуацијама радиоактивних Трансформација), његов колега и пријатељ Штефан Мејер саопштио је уместо њега на «Првом Међународном Конгресу о Студијама Радиологије и Јонизације» одржаном у Лијежу, у септембру 1905. године.

Сл.1. Egon Ritter von Schweidler (Беч 1873-Salcburg 1948) (племићку титулу «ritter» добио је његов отац, адвокат) био је аустријски физичар који је, у ери чувених бечких кружока, припадао такозваном «Екснеровом кругу» (Franz S. Exner, Беч, 1849 – 1926)[17]. Специјалност му је била атмосферски електрицитет. Са овим кругом су поред многих других на различите начине били повезани и Виктор Хес, Лизе

Мајтнер, Ервин Шредингер (који је код Екснера и докторирао са чисто експерименталном темом), Ханс Тиринг, Фридрих Хазенерл. Ван тог круга Швајдлер је по свему судећи био релативно мало познат. О томе сведочи врло штура (и делимично погрешна) биографија на Википедији, и, рецимо, реферисање Викија Вајскопфа (такође рођеног Бечлије) на Швајдлера[18], због његовог доприноса због кога га и ми помињемо, где он каже: «Желео бих да поменем фон Швајдлера, нарочито зато што није јако познат. (Верујем да је био аустријанац као и ја, али нисам у то сигуран)». Ово је загонетно обзиром да је Швајдлер ипак био, после почетка каријере у Бечу, и декан и ректор Универзитета у Инсбруку, а такође прво председник Немачког Физичког Друштва (DPG) од 1929 – 1931 (мандат пре Макса фон Лауеа), а затим генерални секретар, а потом и потпредседник (током целог II рата) Аустријске Академије Наука (ÖAW). У области радиоактивности најближе је сарађивао са Штефаном Мејером, дугогодишњим управником чувеног Института за радијум у Бечу, истакнутим физичарем типично трагичне јеврејске судбине[19], са којим је у заједничкој књизи под насловом «Радиоактивитает», написаној 1916. а допуњеној 1927[20]. описао и све њихове значајне доприносе овој области.

Поред осталих, куриозитет у вези са овим радом је да никад није био објављен на неком другом месту, осим у материјалима са ове конференције. Рад је писан на немачком и има непуне три стране. Први пасус, који следи, је ремек дело концизног и јасног изражавања. Он садржи потпуну пробабилистичку интерпретацију закона распада, практично у складу са савременом дефиницијом статистичког детерминизма. Тај пасус гласи:

"По представама теорије распада атом активне супстанце је нестабилна творевина, од чије структуре зависи «средње трајање живота». Ако је λdt вероватноћа да се атом распадне унутар времена dt, онда је вероватноћа да преживи време t једнака $\exp(-\lambda t)$ и $\tau=1/\lambda$ је његов средњи живот. Ако постоји врло велики број N таквих атома, по закону великих бројева, број још увек присутних атома после времена t је $n=N\exp(-\lambda t)$. Јасно је да у случају малог броја атома долази до одступања од овог идеалног закона, и да се коришћењем рачуна вероватноће та одступања могу наћи."

Садржај почетних претпоставки овог пасуса представља недвосмислен исказ о вероватносном карактеру процеса распада, и у свим елементима се може идентификовати са савременом дефиницијом наше ставке СД4 статистичког детерминизма.

Сл.2. Екснеров круг крајем XIX века. Слављенички доручак поводом успешне хабилитације Фрица Хазенерла и Штефана Мејера, 1899. године. Седе: Хазенерл (лево) и Мејер (десно). Стоје (са лева у десно) Егон фон Швајдлер, Едуард Хашек, Феликс Екснер, Густав Јегер, Франц С. Екснер, Цезар Померанц и Антон Лампа.

Позивајући се на познате резултате теорије вероватноће Бернулија и Лапласа, Швајдлер показује у даљем тексту да је релативна средња флуктуација броја распада који су се десили током произвољног интервала времена једнака реципрочној вредности корена из тог броја, и да не зависи ни од чега другог (користећи Стирлингову апроксимацију за велики број догађаја, Швајдлер добија да је дистрибуција одброја нормална, што не смета целокупном резоновању). Занимљиво је да Швајдлер на овом месту, вероватно сматрајући да је то тривијално, не осећа потребу да докаже кључни резултат да је вероватноћа преживљавања током времена t једнака $\exp(-\lambda t)$**).

**) Потпуности ради наведимо то извођење онако како га по угледу на Мејерову и Швајдлерову књигу (*op.cit.*) наводе данашњи уџбеници: "For a small interval of time Δt the probability of an atom decaying in this interval is proportional to the magnitude of that interval, $\lambda\Delta t$, where λ is a **constant** characteristic of a given radioactive atom.

6. Реакције на Швајдлерову интерпретацију радиоактивности

Постоји неколико студија о последицама Швајдлеровог рада. Радови van Brakela[21)] и D. Coen[22)] довољно су исцрпни и ми њихове закључке, са којима се углавном слажемо, овде углавном нећемо понављати. Треба рећи да је одмах по објављивању Швајдлеровог резултата, у периоду од неколико година, уложен велики експериментални труд у покушају да се верифицира његово предвиђање интензитета флуктуација. Главни напор уложен је у елиминацију могућности да се у процесу детекције, после емисије зрачења, јави рандомизирајући агенс који би имитирао суштинску флуктуацију у самом акту распада. Истраживачима је била привлачна могућност да се активност измери мерењем флуктуација јонизационе струје а не тешким апсолутним мерењем саме струје. Но много даље од тога се није ишло.

Изванредна је занимљивост да је Ајнштајн четири године касније, у поменутом раду из 1909.[12)] претпостављајући случајни карактер процеса у позадини формирања поља зрачења, и добивши израз за флуктуације поља зрачења, које се за кохерентно зрачење редукују на Швајдлеровске честичне флуктуације, ово схватио као убедљиву потврду квантне структуре поља. Отуд се већ могао наслутити истински случајни карактер две иначе на први поглед диспаратне субмикроскопске појаве, што је могао бити весник осталих касније откривених манифестација квантног статистичког детерминизма. Разлог због кога до овога није дошло највероватније лежи у слабој комуникацији између две групације истраживача, и већ поменуте аверзије према појави која је изгледала неинтерпретабилно. Осим тога, будући да се убрзо испоставило да радиоактивни распад резултује у хемијској промени ра-

The probability p of an atom surviving this small interval of time is therefore $p = (1-\lambda\Delta t)$. Now, as the atom knows nothing of its previous history, the probability of surviving the second interval Δt is again equal to p and the probability of surviving both intervals is p^2. Considering k such intervals of time from $t = 0$ to time t such that $k\Delta t = t$, then as k tends to become infinitely large, the probability of one atom surviving for a time t is: $p = \lim_{k\to\infty} (1-\lambda\Delta t)^k = \lim_{k\to\infty} (1-\frac{\lambda t}{k})^k = e^{-\lambda t}$. If N_0 is the initial number of radioactive atoms at $t = 0$, then, because the probability, $e^{-\lambda t}$, of each atom surviving beyond time t is independent of that of all other atoms, the empirically discovered law of Rutherford and Soddy, follows from the addition theorem for independent events."

диоактивне супстанце, најлакше је било истраживање ове појаве дегажирати у хемију. Додела Нобелове награде Радерфорду за хемију (1908) најбоље сведочи о овоме[23]. У сваком случају, добра прилика за припрему терена за устоличење СД је била пропуштена. Касније Ајнштајнове дилеме у вези с потпуношћу квантномеханичког описа можда би биле мање драматичне да је ово било искоришћено.

Случај са Шредингером је можда још интересантнији. Будући да је припадао Екснеровом кругу, Шредингер је био вишеструко укључен у проучавање Швајдлеровских флуктуација. Од више радова које је посветио експерименталној страни овог проблема, вероватно је најзначајнији онај из 1919. године[24]. Са својих 60 страна то је најобимнији рад који је Шредингер икад написао. Индикативан цитат из тог рада гласи: «Значај очигледно не лежи, како многи верују, у овој или оној $\sqrt{z}$ или $\sqrt{i}$ зависности, већ у фундаменталном знању о вероватносном карактеру константе распада λ». У светлу оваквог исказа тешко је разумети његово касније «кајање» због креације таласне механике. Такође се чини логички неконзистентним то што је у парадоксу «Шредингерове мачке» прихватио реалност радиоактивног распада као случајног окидача (што говори о добром познавању његовог пробабилистичког карактера), а одрекао реалност пробабилистичности исхода. Разлог оваквог става можда се може наћи у чињеници да је јединство све четири манифестације СД схваћено тек знатно касније. Било како било, ни овај рани позитиван Шредингеров став никако није допринео устоличењу статистичког детерминизма.

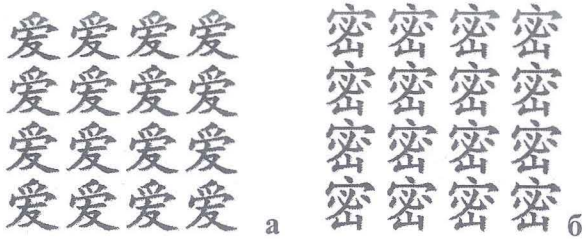
У ретроспективи, међутим, Швајдлеров допринос је од стране појединих историчара и аналитичара, на један или други начин, високо вредновsan. У томе, поред наведених van Brakela и D. Coen, предњаче E. Amaldi[25] и Maks fon Laue[26]. Неки други историчари га уопште не помињу[2,3], међу њима, зачуђујуће, чак ни збирка историјских радова нуклеарне физике Р.Т.Бејера[27], где се ни у иначе веома исцрпној библиографији не може наћи ниједан Швајдлеров рад. Од свих одскаче Макс фон Лауе, који у својој веома концизној историји физике (написаној током боравка у Фарм Холу) каже: «...Напредак од непроцењивог значаја учињен је 1905. када је Е. фон Швајдлер дао објашњење емпиријског закона распада: Вероватноћа распада је независна од времена за сваки атом и, природно, постаје већа што је период распада краћи. **Овде се, по први пут, физика сусрела са процесом који не подлеже каузалности**. Чак и сада се не може наћи разлог

због кога се неки радиоактивни атом распада у неком одређеном тренутку, а не у неком другом...». И, на самом крају књиге, говорећи о квантној теорији: «...Каузално детерминисани исказ је ван њених могућности. На тај начин она поседује особину, коју је први открио Е. фон Швајдлер, за случај радиоактивних трансформација, и коју је затим А. Ајнштајн пренео на апсорпцију и емисију светлости...».

Иако се, гледано из перспективе времена када је књига писана, може разумети овакав став фон Лауеа, он се са гледишта стварног тока догађаја који су довели до утемељења савременог статистичког детерминизма, не може оправдати. Остаје историјска чињеница да фон Швајдлеров допринос, за разлику од Ајнштајнових радова, практично није имао утицаја на формирање вероватносне интерпретације квантне механике. Прилика коју су у том смислу имали и Ајнштајн и Шредингер, остала је неискоришћена.

7. Данашњи статус Швајдлерове интерпретације

Ма колико на нивоу понашања индивидуалних микроскопских система напуштање класичне каузалности било болно и у суштини несхватљиво, под притиском енормног емпиријског материјала и самоусаглашености свих манифестација статистичког детерминизма у интерпретацији квантних теорија, данашњи поглед на природу радиоактивности се у потпуности слаже са Швајдлеровим. «Швајдлерове флуктуације» данас се најчешће, заборављајући ко их је, када и како открио, колоквијално називају само «статистиком». Под тим се *de facto* подразумева ниво значајности на коме су, на основу броја упознатих индивидуалних реализација, одређене средње вредности за које се очекује да се класично каузално понашају. Статистика је разлог дуготрајности експеримената којима се упознају фундаментални маловероватни процеси у свету језгара и елементарних честица. Завршимо, коначно, овај приказ аргументацијом која се можда најбоље може илустровати нашим сликама 3 и 4, и текстом испод њих.



Сл.3. а и б. Симболични приказ две различите врсте спонтано распадајућих радиоактивних атома који се, по Швајдлеру, разликују по својственим инхерентним** сталним **вероватноћама за распад – рецимо да су једни краткоживећи а други дугоживећи. Када ће се сваки од индивидуалних атома распасти не може се никако предвидети, а сваки ансамбл управо због тих особина поштује експоненцијални закон распада, сваки са својом временском константом. Управо експоненцијални карактер распада сведочи да су сви радиоактивни атоми једне врсте идентични и да, као и сва стационарна нестабилна стања фундаменталних и произвољно комплексних субмикроскопских везаних система, не старе. Алтернативна могућност, по Кириј̇евима и Дебијерну, да свака од тих атомских врста има своју одговарајућу вероватноћу за интеракцију са неким адекватним спољашњим општепрожимајућим пољем, која доводи до њихове деексцитације (распада), не налази подршку у универзуму емпиријских података о понашању субмикроскопских система честица.

Сл.4. Симболични приказ «идентичних» радиоактивних атома исте врсте, али са скривеним параметрима, чије би вредности каузално одређивале тренутак распада сваког од њих, на такав начин да њихов ансамбл следи експоненцијални закон распада са датом временском константом. Такав ансамбл би са протоком времена морао да задржава исту овакву композицију, без обзира колико се атома из ансамбла већ распало. Тешко да се може наћи боља аргументација против постојања скривених параметара од ове, а у прилог важења аутентичног статистичког детерминизма. Можда због тога међу онима који покушавају да нађу алтернативне интерпретације квантној механици има најмање нуклеарних физичара.

Нека нам на самом крају, у почаст фон Швајдлеру, буде дозвољено да парафразирамо Ајнштајна и кажемо да не само да Бог баца коцкице, већ и да је немогуће знати **када** ће коју да баци.

Литература

1) J. Mehra and H. Rechenberg, "The Historical Development of Quantum Theory", Vol.6, Springer 2001.
2) M. Jammer, "The conceptual development of quantum mechanics", Mc-Graw Hill, 1966.
3) J. Baggott: "Beyond Measure – Modern physics, philosophy and the meaning of quantum theory", Oxford 2004.
4) M. Born: "The statistical interpretation of quantum mechanics", Nobel lecture, Dec. 11, 1954.
5) A. Pais: «Einstein and the Quantum Theory», Rev. Mod. Phys. 51 (1979) 863.
6) D. Home and A. Withaker, Einstein's Struggles with Quantum Theory, Springer 2007.
7) B. Wheaton: «The tiger and the shark: Empirical roots of wave-particle dualism», Cambridge 1983.
8) М А. Ельяшевич: "Вклад Эйнштейна в развитие квантовых представлений", УФН 128(1979)503.
9) E.B. Bolles, "Einstein Defiant", J.H.Press, Washington 2004.
10) J. von Plato, "Creating Modern Probability", Cambridge 1998.
11) A. Einstein: "Strahlungs-Emission und -Absorption nach der Quantentheorie", Verhandl. Dtsch. Phys. Ges.,1916, 18, 318-323.
12) A. Einstein, «Zum gegenwaertigen Stand des Strahlungsproblems», Phys. Zs. 10(1909)185 .
13) T.J. Trenn, «The Self-Splitting Atom», Taylor & Francis, London 1977.
14) M. Mladjenović, «The history of early nuclear physics», World Scientific, Singapore 1992.
15) A. Pais: «Radioactivity's two early puzzles», Rev. Mod. Phys. 49 (1977) 925.
16) E.R. von Schweidler: «Uber Schwankungen der radioaktiven Umwandlung», Comptes Rendus du Premier Congres International pour l'Etude de la Radiologie et de l'Ionization, Liege, Septembre 1905.
17) D. Coen: "Vienna in the Age of Uncertainty, Science, liberalism and private life", Chicago UP, 2007.
18) V. Weisskopf, "Fifty-five years of my life in Nuclear Physics", Nuclear Physics A527 (1991) 331.
19) W.L. Reiter, "Stefan Meyer: Pioneer of Radioactivity", Phys. perspect. 3 (2001) 106–127.
20) Stefan Meyer and Egon R. v. Schweidler, "Radioaktivität" (Leipzig und Berlin: B. G. Teubner, 1916; enlarged second edition Wien 1927).

21) J. Van Brakel: «The possible influence of the discovery of radioactive decay on the concept of physical probability», Archives for the history of the exact sciences, 31(1985)369.
22) D. Coen: «Scientists' errors, nature's fluctuations, and the law of radioactive decay, 1899-1926», Historical studies in the physical and biological sciences, 32(2002)179.
23) C. Jarlskog: "Lord Rutherford of Nelson, His 1908 Nobel Prize in Chemistry and Why He Didn't Get a Second Prize", arXiv:0809.0857v1 [physics.hist-ph] 4 Sep 2008.
24) E. Schroedinger: "Wahrscheinlichkeitstheoretische Studien betreffend Schweidler'sche Schwankungen, besonders die Theorie der Messanordnung", Wien Ber., 128 (1919) 177-237).
25) E. Amaldi: «Radioactivity: A pragmatic pillar of probabilistic conceptions», History of twentieth century physics, Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi, New York 1977, 10.
26) M. von Laue: «History of Physics», Academic Press 1950.
27) R.T. Beyer, Ed., «Foundations of Nuclear Physics», Dover, New York 1949.

МИЛЕВА МАРИЋ-АЈНШТАЈН

Љиљана Добросављевић-Грујић

Апстракт: *Дат је кратак опис живота жене која је поред свег талента и љубави коју је могла да пружи постала жртва конзервативних схватања своје средине и свог доба. Буран лични живот, пад са врхунца среће у најдубљи понор разочарања, допринео је трагедији оне која је остала «у сенци генија».*

I Увод

Крај 19-тог и почетак 20-тог века, период у којем је Милева Марић покушавала да започне своју научну каријеру, представља период кад се европски универзитети почињу отварати за жене. То је доба кад не само што се прве истакнуте научнице појављују у «тврдим», такозваним мушким научним дисциплинама као што су физика и математика, већ су оне и заслужне за нека од највећих открића у науци. Поменимо само улогу Марије Кири у открићу природне радиоактивности (као и касније њене ћерке Ирене Жолио Кири у проналску вештачке радиоактивности), Лизе Мајтнер у открићу и објашњењу нуклеарне фисије и значај радова Еми Нетер у апстрактној алгебри и теорији инваријанти. Међутим, за појаву на светској сцени науке била је драгоцена помоћ мушких сродника, такође славних научника, коју су и Марија Кири и њена ћерка имале од својих супруга, а Еми Нетер од свог оца. Уколико такве подршке није било, преостала је енергична борба против родне дискриминације у науци, борба коју је Лиза Мајтнер целог живота водила. Што се тиче Милеве Марић, она је несумњиво била жртва родне дискриминације, пре свега у свом приватном животу. Мада јој образовање није било ускраћено, она је била сломљена теретом личних и породичних проблема до те мере да је изгубила своју личност и одустала од сопствене научне каријере. Колики је у томе био удео друштвених околности, а колико је сама допринела деградацији свог положаја као жене и интелектуалке, тешко је оценити. Па ипак, страховита промена у односу према њој од стране њене велике љубави и касније мужа, Алберта Ајнштајна, од обожавања до презрења, нешто је што се не сме изгубити из вида, ако желимо да схватимо њен животни пут.

II Младост

«...Ти си и остаћеш за мене светилиште у које нико други не може да уђе. Ја знам да ме од свих ти највише волиш и најбоље разумеш... Бићу тако срећан и поносан кад ми заједнички доведемо наш рад о релативном кретању до победоносног завршетка.»

Ово је одломак писма [1] које је Алберт Ајнштајн упутио 27 марта 1901. Милеви Марић, својој будућој жени. Идила између двоје младих студената Циришког политехникума, била је на врхунцу. Но како је дошло до тога да се та идила, која је нажалост трајала само пар година, постепено почела претварати у кошмар који је Милеву пратио до краја живота, како се десило да се заједнички снови Алберта и Милеве нису остварили, да ли је и колико Милева заиста узимала учешћа у Албертовом раду, или је незаслужено остала у сенци генија, то су све питања на која још увек нема потпуног одговора [2].

Милева Марић се родила 1875. у породици имућног војвођанског Србина, виђеног аустро-угарског званичника. Интелигенција ове девојчице се веома рано испољила, кад је кренула у школу - са око седам година - већ је знала да чита и рачуна, и течно је говорила поред српског и немачки. По природи тиха и контемплативна, она је од своје породице била охрабривана да кроз учење превазиђе свој физички хендикеп - урођену ишчашеност једног кука. Када је породица прешла у Загреб, Милева је успела да добије специјалну дозволу за школовање у чисто мушкој гимназији, где је две године учила физику, из које је, као и из математике, имала највише оцене. Међутим, што се тиче студија, у то време у Аустро-Угарској девојкама није било дозвољено да се упишу на факултет. Оне са немачког говорног подручја, па и из Србије, гравитирале су Швајцарској: тако је између 1872. и 1896. на Циришком универзитету било већ око петнаестак студенткиња из Србије [3].

После припремног периода, Милева Марић успева да се 1896, положивши из прве пријемни испит, упише у једну од најпрестижнијих високих школа, Циришки политехникум. Алберту Ајнштајну је ово пошло за руком тек у другом покушају. Тако се Милева нашла као једина жена на Одсеку за физику и математику, у истој класи са Албертом и још три мушке колеге. Милева и Алберт су се убрзо спријатељили, привучени обостраном интелектуалном радозналошћу и љубављу према музици. Како се њихова

љубав развијала, испреплетана са страшћу према физици, да се наслутити из њихове преписке [1]. Њихова писма, која су постала доступна тек 1986. преко породице Ајнштајновог првог сина, Ханса Алберта, штампана су у оквиру Сабраних дела Алберта Ајнштајна. Наравно, ту су и писма која је Милева измењивала са својим другарицама, које су у исто време студирале у Цириху. То су пре свега Милена Бота и Хелена Кауфлер, касније удата Савић [4]. Писма између Алберта и Милеве и Хелене Кауфлер-Савић је објавио 1998. Хеленин унук Милан Поповић [5].

У лето 1897, Милева и Алберт су били заљубљени до ушију. Али Милеву је то плашило: због свог физичког недостатка, она није никад очекивала љубав. У драматичном покушају да побегне од везе на помолу, она у октобру одлази у Хајделберг, где студира само један семестар, да би се већ после неколико месеци вратила у Цирих. Следећих пар година су вероватно биле најсрећније у Милевином животу. Љубав цвета, Милева и Алберт уче заједно, раде у лабораторији на експериментима везаним за дипломске радове; Милева је највернији слушалац за оригиналне Албертове идеје [2].

Негде у пролеће 1899. идила достиже врхунац: њихова веза постаје интимна. Но то је сасвим другачије деловало на младог Алберта, који је имао тек двадесет година, а другачије на Милеву. Док је Алберт уживао у «боемском» начину живота два слободна бића која презиру малограђанске обзире, за Милеву је веза пре брака значила кршење свих принципа патријахалне средине у којој је била одгојена. Њу је вребала непрестана опасност да остане у другом стању, и да тиме не само угрози будућу каријеру, већ и да изгуби добар глас у очима своје породице и пријатеља. Изгледа да је то била прекретница, која се одразила на цео њен даљи живот. У вртлогу опречних осећања, она по први пут доживљава пораз на професионалном плану. У лето 1900, она не успева да дипломира на Политехникуму, за разлику од својих мушких колега, укључујући и Алберта, који сви имају довољно високе оцене да би добили диплому. У почетку, Алберт је охрабрује да настави са студијама: у својим писмима он говори о њиховом заједничком раду и томе како ће бити поносан « на свог малог доктора» кад његова драга то постане.

Међутим, тешкоће се и даље гомилају: Албертови родитељи су против ове везе, док Милевин отац одбија да даље финансира њен боравак у Швајцарској ако није на редовном школовању. И Алберт и Милева покушавају да нађу посао, али сем

приватних часова у томе немају успеха. То их чини нервозним; те прве материјалне тешкоће као да се одражавају и на њихову везу, и као да је свеукупна даља деградација њихових односа проистекла из финансијских проблема.

III Лизерл

Али једна невоља никад не долази сама: после идиличног излета на језеро Комо, Милева ускоро открива да јој се десило оно чега се највише плашила - остала је у другом стању. За девојку као што је она, пошто брак без пристанка Албертових родитеља није долазио у обзир, то је значило праву катастрофу, са само три могућа излаза - или побачај, или самоубиство, или срамоту ванбрачног детета. Али Милева, иако зна да је чека ово треће решење, још увек не посустаје, наставља да спрема дипломски и покушава поново да дипломира у августу 1901. Међутим, ни овог пута не успева да постигне задовољавајући успех, што јој без сумње задаје нови ударац, утолико пре што сада мора да се врати у Војводину и да се у својој новој ситуацији суочи са породицом.

Отада, па све до порођаја у јануару 1902, Милевина права опсесија постаје да буде заједно са Албертом. Она стално путује између Швајцарске и Каћа у Војводини, где су њени, у нади да ће до брака ипак доћи. Ова се нада поткрепљује кад Алберт конкурише за прво стално место, у патентном уреду у Берну. Али до тога није дошло ни кад се родила Лизерл, како су назвали ћерчицу. После шест месеци у Новом Саду, Милева напушта бебу оставивши је родитељима да би се вратила Алберту. Ситуација је сад још компликованија, јер откако није на школовању Милева има стално проблема са швајцарском визом, али она и даље следи Алберта како се он сели из стана у стан. То траје све до октобра исте године, кад умире Албертов отац, пошто је на самртној постељи дао Алберту дозволу за брак са Милевом, пре свега да би се ситуација са ванбрачним дететом регулисала [2,3,4].

До брака долази тек у јануару 1903. Лизерл, коју родитељи као да су заборавили у Новом Саду, тада је већ имала око годину дана. Први дани брака су били срећни за Милеву, она је још више - ако је то могуће - опчињена својим мужем и најсрећнија је кад је сама са њим. Ова талентована млада жена, која је толико труда и љубави уложила у студије математике и физике, сада преузима сасвим другу улогу, улогу домаћице. У писму Хелени Савић од 20. марта 1903., она пише : « Моје нове дужности ме потпуно заокупљају. Бар у почетку, док се мало не навикнем, оне ми не остављају нимало слободног времена...». Али Милева је била сувише заљубљена да би јој то сметало. У идентификацији са Албертом, она постепено губи своју личност, и то је управо оно што доводи до њених даљих страдања.

У лето 1903. стиже нови ударац: родитељи јављају Милеви да је Лизерл тешко болесна. У Каћу, где је био летњиковац породице Марић, појавио се шарлах. У оно време, мало је деце успевало да то преживи. Милева се враћа кући, да би ускоро открила да је поново у другом стању. Шта се на крају догодило са Лизерл, остало је под велом тајне. Из једног Албертовог писма историчари науке су закључили да су родитељи одлучили, да је, ако преживи, дају на усвојење. То никад није потврђено и Лизерл је просто нестала са лица земље (највероватније да је умрла од шарлаха [2]).

IV Милева и наука

Ма колико да се Милева није противила томе да, једном у браку, не узме к себи ћерчицу, сигурно је да је цела ствар са рођењем и напуштањем ванбрачног детета довела до једне од највећих траума у њеном животу [2]. Али, живети се морало и даље, и у мају 1904. Милева рађа свог првог сина Ханса Алберта. У то време Албертово место у Патентном бироу је постало стално, али са платом која још увек није била довољна за комфоран живот младе породице. Док је Милева заузета дужностима жене и мајке, Алберт грозничаво ради на својој докторској дисертацији. Али то није све - 1905. година је *annus mirabilis* за Алберта Ајнштајна, година у којој он објављује своје чувене радове - у марту о квантној теорији светлости и фотоефекту, у мају о Брауновом кретању и атомској теорији, у јуну специјалну теорију релативности, и у септембру о еквиваленцији масе и енергије. Ови радови, који су изазвали читаву револуцију у физици, као и први за који је Алберт касније добио Нобелову награду, настали су, како се да закључити према датумима кад су послани у часопис, највероватније током 1904. и почетком 1905. Овај закључак следи и из Ајнштајнових писама пријатељима и колегама [4].

Колика је била Милевина улога у стварању ових теорија предмет је живе дискусије не само међу историчарима науке, већ и међу физичарима уопште. Једно је сигурно, ти радови су имали свој зачетак још много раније, бар у облику идеја које је тек тре-

бало реализовати. Писмо из 1901, наведено на почетку, односи се на будући рад о специјалној теорији релативитета. У раним писмима Алберта Милеви, често се говори о физици и о «нашем раду». У Милевиним писмима Алберту, међутим, проблеми из физике се скоро уопште не спомињу, она пише о свакодневним стварима. Истини за вољу, треба рећи да је од 54 сачуваних писама између 1897. и 1903, 43 упућено од Алберта Милеви, и само 11 од Милеве Алберту. Руски физичар Абрахам Јофе, који је 1905. био асистент W. C. Rentgena, једног од уредника часописа *Annalen der Physik*, тврдио је да на оригиналном рукопису овог рада стајало Einstein-Marity[4]. Јофе о овоме пише у чланку објављеном 1955. у руском часопису *Успехи физических наук*. Да ли се ово односило на Милеву, не зна се; сам Јофе је сматрао да је Marity, мађарска транскрипција имена Марић, додато уз Einstein јер је био обичај да се и презиме жене дода уз мужевљево. У сваком случају, радови су објављени само под Ајнштајновим именом. Много година касније, 1929, Милевина пријатељица Милана Бота је у једном интервјуу тврдила да би сама Милева најбоље могла да посведочи о стварању Албертових радова, јер је и сама учествовала у томе. Она каже да јој је о томе Милева пре неколико година говорила «с тугом»; можда јој је било тешко да се сећа тих срећних дана, а можда није желела да нашкоди добром гласу свог бившег мужа, од кога се у то време већ одавно била растала [2].

С друге стране, Милевин и Албертов син Ханс Алберт у писму које је упутио једном Ајнштајновом биографу каже да је његова мајка можда помагала оцу да реши извесне математичке проблеме, али да нико није допринео његовом креативном раду, где су бујале нове идеје. Исто тако, што се тиче специјалне теорије релативитета, ту неко посебно математичко знање није ни било потребно, а и да јесте, ни из чега не следи да је Милева имала боље математичко образовање од Алберта. Један податак [2] чак као да указује на супротно: док су студирали на Политехникуму, Алберт је из Теорије функција добио оцену 11, док је Милева добила тек 5. Оно што је највероватније, то је да је Милева Алберту од почетка њиховог «заједничког рада» служила као огледало у којем су се његове нове идеје огледале и опробавале. Такође, вероватно му је помагала у провери рачуна, сакупљању литературе и слично. Више од тога би било тешко очекивати, кад се сагледа њен претходно изложени живот, са свим тешкоћама које су је пратиле [3].

V Породични проблеми

После славне 1905. године Албертова научна каријера брзо напредује. 1906. он докторира на Циришком универзитету, и наставља интензиван научни рад. О Милеви наредних година нема много података, сем да је била више него заузета бригом о детету и домаћим пословима, који су сад укључивали кување и прање и пеглање веша за студенте које су држали на стану и храни. Ситуација се није много поправила ни кад је Алберт 1908. изабран за доцента на универзитету у Берну. У међувремену, Алберт почиње да отворено флертује са другим женама. Каква је била Милевина реакција, да се наслутити из једног писма које је Алберт послао свом најбољем пријатељу Мишелу Бесоу. Ту он каже да још није повратио менталну равнотежу коју је због «М» изгубио. Брак полако почиње да се распада. Милевина нада да ће бити боље кад се врате у Цирих, где је и започела њихова романса и где сада Алберт добија место ванредног професора на Универзитету, није се остварила. Финансијске тешкоће се опет јављају, Цирих је веома скуп и већина свађа брачног пара је око материјалних проблема. Опет узимају студенте на стан и храну, а Милева своју улогу Пепељуге, која води цело домаћинство, тешко подноси [2,3].

Она је физички оронула, преморена, и веома јој тешко пада то што Алберт, заокупљен својим радом, нема времена за породицу. На то долази нова трудноћа, у јулу 1910. она рађа свог другог сина Едуарда. И поред двоје мале деце, и свег домаћег посла, она чини све што може да одржи брак. Она присуствује свим Албертовим јавним предавањима и организује код куће мале музичке вечери, где Алберт са својим пријатељима свира на виолини. Но Алберт изазива нову кризу, прихвативши боље плаћено место у Прагу, куда се и поред Милевиног противљења сели с породицом. У Прагу здравље малог Едуарда нагло попушта, он има мистериозне главобоље, које су без сумње биле први предзнак менталног обољења, које ће га пратити целог живота. Почетком 1912. Ајнштајнови се враћају за Цирих, где Алберт постаје професор на чувеној Високој Техничкој Школи (*Eigenossiche Technische Hochschule, ETH* - бивши Политехникум), са високом платом. Но породична ситуација се ништа не поправља. Исте године, на једном путу у Берлин, Алберт среће своју рођаку Елзу Ајнштајн Левентал, која је већ била разведена и са којом започиње везу [4] која ће трајати све до краја Елзиног живота. Ми-

левино здравље је нарушено, она пати од реуматизма, што јој заједно са њеном болесном ногом чини још теже да се стара о двоје мале деце. Ипак, она не одустаје: у марту 1913. требало је да прати Алберта на путу за Париз, где је он имао да одржи предавање. Али неколико дана пред пут једна млада породична пријатељица бележи у свом дневнику да је посетивши госпођу Ајнштајн са изненађењем констатовала да је ова сва натечена и модра у лицу. Алберт је то објаснио проблемима са зубима; међутим у Париз је отпутовао сам.

У то време, Алберт и Елза су се тајно виђали већ око годину дана, и измењивали љубавна писма која је Елза слала на Универзитет. У једном од тих писама [2] Алберт каже: «Моја жена није за мене ништа друго него служавка коју не могу да отпустим ... «

VI Ултиматум

Последњи покушај за спас брака је требало да буде заједничка посета Милевиној породици у Кађу у септембру 1913. Но и тај покушај се завршио фијаском - свађом, после које је Алберт из Кађа отпутовао сам за Беч, док се Милева са децом вратила за Цирих. Почетком 1914., у предвечерје Првог светског рата, Алберт добија престижно место у Пруској краљевској академији у Берлину. Поново, Милева не жели да напусти Цирих. У Берлину је Албертова родбина која је не подноси, Албертова мајка која се толико противила њиховом браку и, наравно, ту је Елза. Но Милева нема избора – брак је у ужасном стању и Алберт јој поставља услове које мора да испуни, ако жели да остане у браку са њим [2,4]. То је прави ултиматум који гласи:

А. Стараћеш се да:
1. Моје одело и моје рубље буде увек у реду.
2. Да ми се редовно служе три оброка у мојој соби.
3. Да се моја спаваћа и радна соба уредно одржавају и да нико сем мене не дира мој радни сто.

Б. Одустаћеш од сваког личног односа са мном, сем ако то буде неопходно да се одржи друштвени привид. Посебно, нећеш тражити да седим с тобом код куће, да излазим или путујем с тобом.

В. Обавезаћеш се експлицитно да ћеш се у контакту са мном придржавати следећег:

- да нећеш очекивати љубав са моје стране, нити ћеш ми у вези с тим пребацивати,

- мораш ми одговорити чим ти се обратим,
- мораш напустити моју спаваћу или радну собу чим то затражим, без протеста.

Г. Мораш обећати да ме нећеш оцрњивати пред децом, ни речима ни поступцима.

VII Крај

Следећих неколико година, Милева и Алберт живе раздвојено. Он остаје у Берлину, његова животна путања је у успону - његов рад је цењен и признат од стране најеминентнијих научника, добро је плаћен, његова љубав са Елзом цвета... Милева, која се враћа с децом у Цирих, као да стрмоглаво пада у бездан из којег се никад неће извући. Она не може да се помири са чињеницом да Алберт тражи развод, без њега њен живот губи смисао и доживљава бројне психичке и физичке кризе [3]. Она је озбиљно болесна, тако да бригу о деци преузимају заједнички пријатељи Ајнштајнових, који Алберту све више замерају. Какав је био Албертов став види се из писма [2] које је упутио једном од тих пријатеља, свом старом коресподенту Мишелу Бесо. «Видим да постајеш огорчен на мене и то све због жене која нема никаве везе с тобом. Одупри се томе! Она није вредна тога, чак и да је сто пута више у праву. ... Ми мушкарци смо жалосно зависна створења, што радо сваком признајем. Али у поређењу са женама, сваки од нас је краљ, јер мање или више стоји на својим ногама, не тражећи стално неки спољни ослонац. Оне, међутим, увек чекају на неког ко ће их користити како нађе за сходно. Ако се то не деси, оне се просто распадају.»

Ово цинично писмо не само да не признаје све жртве које је Милева поднела за своју породицу, чији је управо она била ослонац, већ се односи са потцењивањем на цео женски род. Ипак, Ајнштајн се није према свим женама односио с презиром, као што на основу овог писма изгледа. Познато је да је ценио и неговао пријатељство са Маријом Кири, док је Еми Нетер дуговао елегантну математичку формулацију концепата опште теорије релативитета, за шта јој је одавао дужно признање. Црна овца је била управо његова жена.

Милева и Алберт Ајнштајн су званично разведени почетком 1919. године. У међувремену, 1915, Алберт објављује своје животно дело, „Општу теорију релативитета". Уколико је постојала дилема да ли је Милева допринела његовим ранијим радо-

вима, посебно на „Специјалној теорији релативитета", код „Опште теорије" то није уопште долазило у обзир. Овде је био неопходан софистицирани математички апарат, тако да је и сам Алберт морао да потражи помоћ колега математичара, као што је био Марсел Гросман [2].

Постоји још једна ствар, која се понекад наводи као аргумент у прилог тези да је Милева била коаутор Алберту у првом периоду њиховог живота. То је чињеница да је Алберт новац од Нобелове награде, коју је добио 1921, препустио Милеви [3,4]. Међутим, то је био део договора приликом њиховог развода 1919. Алберт није сумњао да ће, раније или касније, добити Нобелову награду и на тај начин је желео да обезбеди децу. Нажалост, тај новац није решио све Милевине проблеме. Здравље њеног млађег сина Едуарда се с годинама рапидно погоршавало, тако да је скупо лечење по менталним установама и санаторијумима у Швајцарској појело сав капитал.

До краја живота, Милева је била принуђена да се издржава дајући часове математике и клавира; Алберт је одбијао даљу помоћ. И поред свега, за Милеву је њен бивши муж био и остао светлост њеног живота. У старијим годинама чешће је спомињала да је «увек радила са својим мужем» [2]. Зашто никада није за то затражила никакво признање, може се разумети из једног њеног одговора на питање зашто не публикују заједно, датог још у младости: « Зашто? Па ми смо [нас двоје] *ein Stein* [један камен].»

ЛИТЕРАТУРА

[1] Gerald Holton, *Of Love, Physics, and other Passions: The Letters of Albert and Mileva*, I Physics Today, August 1994, 47, No. 8, p.23 and II Physics Today, September 1994, 47, No. 9, p.37.

[2] Zackheim Michele, (1999) *Einstein's daughter-The Search for Lieserl*, Riverhead books, New York.

[3] Trbuhović-Đurić Desanka, (1983) *Im Schatten Albert Einsteins-Das Tragishe Leben der Mileva Einstein-Marić*, Verlag Paul Haubt, Bern-Stuttgart (1969), *U senci Alberta Ajnštajna*, Bagdala, Kruševac.

[4] Đorđe U. Krstić, (2005) *Mileva i Albert Ajnštajn: ljubav i zajednički naučni rad*, Matica srpska, Novi Sad.

[5] Milan Popović, (2005) *Jedno prijateljstvo*, Pisma Mileve i Alberta Ajnštajna Heleni Savić, Plato, Beograd.

КАНТОВСКИ ОБРТ У САВРЕМЕНОЈ ФИЛОЗОФИЈИ НАУКЕ

Светозар Синђелић

Апстракт: *Циљ овог чланка је двоструk. Прво, да се размотри питање да ли је при прелазу из традиционалне на савремену филозофију науке дошло до неке врсте обрта који би се могао назвати кантовским. И друго, што је још важније, да се преко разматрања овог питања ближе осветли карактер новог схватања науке које у први план истиче улогу (у великој мери конвенционалног и априорног) категоријалног апарата. Аутор брани став да је сасвим прихватљиво говорити о кантовском обрту, али упозорава и на многе велике разлике између Кантовог оригиналног становишта и неких основних ставова савремене филозофије науке.*

Пролегомена

Промене које су се у двадесетом веку одиграле у филозофији науке биле су толико радикалне да су у великој мери измениле чак и основна схватања о карактеру научног знања. Једна од главних била је промена у глобалном схватању научног знања – на ово знање се више не гледа као на (истинит) *опис* стварности, већ као на (адекватно) *организовање* искуства, или чак као на *конструкцију* (модела) света која омогућује предвиђања и објашњења. А ова организација или конструкција врши се на основу једног у великој мери априорног *концептуалног оквира*. По мом мишљењу, овакве промене у схватању карактера научног знања оправдавају њихово називање *кантовским обртом,* мада између новог схватања знања и Кантовог схватања постоје неке заиста велике и значајне разлике. Управо у овом контексту ћу размотрити и основне разлике између старе и нове филозофије науке, као и низ проблема који се тичу питања да ли се научно знање *организује* на основу *априорног* концептуалног оквира, или боље рећи *у којој мери* је концептуални оквир на основу кога се конституише знања *априоран*.

1. Велика *револуција* у филозофији науке двадесетог века

У периоду између тридесетих и седамдесетих година двадесетог века дошло је до велике револуције у филозофији науке. У овој револуцији стара емпиристичка слика науке срушена је на основу нових увида, али није била замењена једном јединственом новом концепцијом – већ са неколико концепција које су биле засноване на овим новим увидима, али тумаченим на различите начине.

Традиционална филозофија науке приказивала је научно знање на отприлике онај начин на који се оно и данас популарно замишља. Њен врхунац била је филозофија науке логичког позитивизма, која је суверено владала тридесетих година прошлог века. У оквирима те филозофије цела концепција научног знања била је заснована на две доктрине:

(а) Доктрина *опсервационизма* – своди се на уверење да су људска бића способна да своје опсервације једноставно преведу у такозване *опсервационе исказе*, који су по својој природи нужно *истинити* и *необориви* јер их оправдава само искуство. Тако су опсервациони искази у ствари сингуларни искази који на адекватан начин и *једнозначно* описују искуство и до којих се долази на скоро аутоматски и спонтан начин – пасивним посматрањем.

(б) Доктрина индуктивизма – тврди се да је из једног скупа релевантних опсервационих (сингуларних) исказа увек могуће индуктивно извести на *логички валидан* начин универзалне исказе науке.

Пре него што пређемо на одређивање последица ове две доктрине, треба указати на једну важну особеност позитивистичког схватања искуства (коју уосталом логички позитивизам дели са целом традиционалном емпиристичком филозофијом). Већ из описа доктрине опсервационизма може се видети да позитивисти гледају на искуство као на нешто што је већ *уређено* и *готово* у извесном смислу, па се може описивати. Са друге стране, унутар кантовског схватања, као и оног унутар савремене филозофије науке, искуство је нешто што *тек* треба уредити.

Вратимо се сада последицама претходно описаних доктрина. На основу њих начин формирања једне научне теорије изгледао би овако: Из релевантних опсервационих исказа који су *истинити* и *необориви* јер су легитимно добијени путем контролисаног посматрања (и тако представљају *чврсту* емпиријску основу теорије) на основу индукције, за коју се сматра да поседује валидност (скоро) равну оној коју има дедуктивна логика, добијамо универзалне исказа науке – то јест, научну теорију.

А скуп најбитнијих последица две поменуте доктрине изгледао би на следећи начин:

(1) *Истинитост* научних теорија – универзални искази теорије су нужно истинити јер индуктивна логика врши трансмисију истинитости од чврсте емпиријске основе на ове исказе. Према томе, научна теорија представља истинит (па тако и једнозначан) опис релевантног сегмента искуства. *Уколико је теорија научна, она мора бити истинита.*

(2) *Кумулативни карактер* развоја научног знања – будући да су научне теорије увек истините, развој научног знања може се састојати једино у додавању нових истина старим истинама. Теорије се ни у ком случају не мењају радикално,[1] и у том смислу важи један посебан однос између старе и нове теорије о истом[2] домену искустава – однос *интертеоријске редукције*. Старе теорије увек можемо да изведемо из нових као њихове логичке последице. Развој науке карактерише скоро *потпуна* кумулативност.

(3) *Инваријантност значења теоријских термина* у историјској перспективи – основни теоријски термини не мењају своја значења током развоја науке. То јасно следи из свега што је претходно речено.

Филозофија науке логичког позитивизма, са своје две доктрине и њиховим последицама, представљала је једну лепу, заокружену и мирну слику науке која није иритирала *sensus communis,* ни усвојену идеологију науке.[3]

Међутим филозофија науке логичког позитивизма била је погрешна у свим тачкама.

То је показало пажљиво *накнадно* проучавање историје науке и такође *накнадне* пажљиве анализе набројаних тачака. Зашто тек *накнадно* проучавање, зашто тек *накнадне* анализе? У

---

[1] Требало би да следи да се уопште не мењају, али логички позитивисти су признавали да у одређеним детаљима долази до извесних корекција. Значи нове теорије су само проширивање и продубљивање старих, али понекад уз одређену дозу артикулације.

[2] Искуство се стално шири, па, у том смислу, када се каже *исти* домен искуства, мисли се више у квалитативном смислу (на пример, *електромагнетске појаве*), а мање у квантитативном (*нове опсервације, нови експерименти*).

[3] Ако би читалац желео да се упозна са основним ставовима филозофије науке логичког позитивизма можда би најбоље решење биле следеће књиге: Alfred J. Ayer (ed.), *Logical Positivism*, New York: The Free Press, 1959. i Frederick Suppe, *The Structure of Scientific Theories*, second edition, Urbana: University of Illinois Press 1977.

ствари показало се да научне револуције, какве су релативистичка или квантна, читавим низом својих последица у потпуности *опаргавају* филозофију науке логичког позитивизма, која је настала *после* њих.[4] Ово изгледа парадоксално: како се онда уопште и развила филозофија науке логичког позитивизма? Одговор је релативно једноставан – основни ставови традиционалне филозофије науке били су толико уврежени у људску свест, да флагрантна противуречност између онога што су показале научне револуције и ових ставова није примећена, или боље рећи да је минимализована до крајње мере и чак неутрализована одређеним веома произвољним објашњењима.

Та објашњења ишла су углавном у два правца. Први је био став да њутновска теорија ипак није била *сасвим* научна, због погрешних концепција простора и времена, па у том смислу није била ни сасвим истинита.[5] Други је покушавао да на силу покаже неки однос *интертеоријске редукције* између њутновске и релативистичке теорије, па макар он био парцијалан.[6]

Тек доста касније на основу гомилања критика почела су пажљивија и непристраснија *накнадна* испитивања начина на који су се научне револуције одвијале и резултат ових испитивања био је поразан по филозофију науке логичког позитивизма, као и традиционалну емпиристичку филозофију науке уопште. Показало се да су две теорије раздвојене великом научном револуцијом толико различите да не може бити ни речи о томе да су обе истините; затим да научно знање никако није кумулативног карактера и да се, сходно томе, значења основних теоријских термина радикално мењају у научним револуцијама.

Детаљнија испитивања опсервационизма и индуктивизма показала су да су ове две доктирне погрешне – да карактер опсервација директно зависи од употребљеног референтног оквира

[4] Може се речи да су и релативистичка и квантна револуција започеле 1905. године – док се логички позитивизам развија у другој деценији XX века и крајем ње има свој зенит, да би у нешто измењеној форми остао доминантна филозофија науке све до шездесетих година.

[5] Videti, Hans Reichenbach, *The Philosophy of Space and Time,* Dover, 1957. Наравно да је тврдња да њутновска теорија није била сасвим научна неплаузибилна – она је један од парадигматичних случајева *научне* теорије. Касније се показало да појмови простора и времена нису емпиријски и да припадају категоријалном апарату.

[6] Наводно, код великих научних промена стара теорија остаје очувана као последица нове *у одређеним границама* и то само *апроксимативно.* Томас Кун је ефектно показао да је и овај *парцијални* редукционизам неодржив. Видети, Tomas Kun, *Struktura naučnih revolucija,* Beograd: Nolit 1973., посебно стр. 155-158.

(категоријалног апарата) и да се мења заједно са његовом променом (па је самим тим увек делимично *теоријске* природе). Затим, да је индукција под условима који владају у научном истраживању потпуно нелегитимна, те да истинитост било које научне теорије никад не може бити показана.

На основу низа оваквих анализа и испитивања дошло се до одређених увида који се у савременој филозофији науке ретко оспоравају, али се по правилу *различито интерпретирају.* Може се рећи да ови увиди представљају основу савремене филозофије науке, јер савремена филозофија науке није монолитна. Она се састоји од више различитих, па и оштро супротстављених концепција – с тим да се о горе поменутим увидима у свакој од ових концепција строго води рачуна. Ево једне скице[7] ових основних увида коју би смо могли узети као темељ савремене филозофије науке:

(1) *Универзални ставови науке се не изводе из искуства, нити описују искуство.* Ни опсервационизам, ни индуктивизам не функционишу. Уместо тога употребљава се *хипотетичко-дедуктивни* метод – а то значи управо *да се* универзални теоријски ставови *покушавају наметнути искуству,* па шта буде. Наиме, хипотезе ће трајати док противљење искуства не постане сувише велико. Тада ће бити замењене новим.

(2) У одсуству индукције (која није логички валидна, те је неупотребљива) *универзални искази науке никада не могу бити доказани.* Нема доказа у емпиријским наукама. Научне теорије су хипотетичког карактера и трају док трају. Касније се замењују новим и често сасвим различитим теоријама. У том смислу, сви универзални искази развијене науке су, стриктно говорећи, лажни.

(3) Научни искази и хипотезе не могу бити ни *одлучиво* оповргнути. Увек постоје логички исправни методи њиховог спасавања. На ову методолошку чињеницу указао је Пјер Дијем још 1905. године, својом познатом тезом о немогућности оповргавања изоловане научне хипотезе (такозваном Д-тезом). Он аргументише да конклузивно оповргавање појединачне научне хипотезе никада није могуће. Због суштинске међузависности хипотеза унутар једног теоријског система, увек је могуће у ситуацији када хипотеза има неку емпиријску контра инстанцу, извршити неке адеква-

[7] Листа која је овде дата не претендује ни на прецизност, ни на коначност. Ту су просто поређани они моменти који по мом мишљењу у највећиј мери одређују токове и садржај нове филозофије науке.

тне модификације на другим местима унутар система и неутралисати оповргавајућу инстанцу, то јест спасити дату хипотезу.[8]

Постоји још један метод близак ономе што говори Д-теза. Ради се о томе да искуство није аутономно, већ нужно мора да буде теоријски интерпретирано (да би добило употребљив облик) – на основу неке интерпретативне теорије, односно неког референтног оквира, неког теоријског апарата, те се променом тог оквира, мења и карактер искуства. Тако се увек може променити карактер неке инстанце из оповргавајуће у неоповргавајућу.

(4) Увек је могуће алтернативно објашњење било ког скупа чињеница. Ово је *теза о субдетерминацији теорија од стране чињеница.* Наиме, чињенице не одређују теорију *једнозначно.* Могуће су многе међусобно противуречне теорије о истом скупу чињеница. Овде се просто тврди да се (исто) искуство може објашњавати (или организовати) на различите начине.[9]

(5) Научне револуције су битан елемент развоја науке. И ово је од великог значаја за тезу о кантовском обрту у савременој филозофији науке. Јер, револуције су епизоде у којима се концептуални оквир (парадигма, референтни оквир...) обухватних теорија радикално мења. У ствари, врши се појмовно реструктуирање целог релевантног система знања. То је нужно јер се показало да се ширење људског искуства не одвија на *хомоген* начин. Предвиђања свих наших досадашњих теорија редовно су у одређеном тренутку почела да се не остварују.

(6) У савременој филозофији науке у први план избија *концептуални оквир.*[10] Наиме, у савременим методолошким концепцијама потенцира се битна улога једног априорног *категоријалног апарата* који је у традиционалној филозофији науке био потпуно запостављен. Пређутно се сматрало да је интерпретација искуства *природна.* Да су све сегментације, класификације, поделе и други критерији и видови организације искуства *природни* и

[8] Видети, Пјер Дијем, *Циљ и Структура физичке теорије,* Нови Сад: Књижарска радионица Зорана Стојановића, 2003. (Ориг,. издање оз 1905.), посебно десето поглавље.

[9] За детаље видети, W. V. O. Quine, "On Empirically Equivalent Systems of the World", *Erkenntnis,* 9 (1975), p. 313. Затим, В. Х. Њутн-Смит, *Рационалност науке,* Београд: Институт за филозофију Филозофског факултета у Београду, 2002. (Ориг. издање из 1981.), стр. 49-52. и посебно додатак овом издању "Субдетерминација теорије подацима", стр. 228-242. О овој тези постоји обиље литературе.

[10] Структуру која врши организацију искуства различити филозофи често називају различитим именима: референтни оквир, концептуални оквир, категоријални апарат, парадигма (у ужем смислу) и тако даље. Међутим, ови термини се у великој мери односе на исто.

објективно дати. Или је чак можда боље рећи да се сматрало да никакве праве интерпретације и нема и да чулима добијамо већ организовано искуство. Научне револуције су показале да није тако. Категоријални апарати су *променљиви* па према томе нису *природни* и *објективно* дати. Они су у огромној мери *конвенционални* и *субјективни*[11] и јасно је да врше *различите* интерпретације искуства. Треба строго разликовати *сирово* од *теоријски организованог* искуства. Категоријалан оквир је нужан услов знања, али и перцепције – без његових схема нема *сегментације, класификације* и *организације* датог сировог матерјала у перцепцију и друге когнитивне структуре. У том смислу, категоријални апарат је *a priori* у односу на искуство. Исто тако он је и арбитраран – бар у извесној мери – тиме што је конвенционалан. Међутим, промене категоријалног апарата увек су мотивисане и бар на известан начин вођене потребама решавања одређених научних и сазнајних проблема. Али, такође треба имати у виду да различити референтни оквири (од којих су неки међусобно *несамерљиви*[12]) могу бити једнако успешни у организацији искуства. Нема потребе наглашавати колико ова позиција подсећа на неке елементе Кантовог схватања природе сазнања – то јест не априорност категоријалног апарата.

(7) Научно знање је *активан* процес – то није релативно пасивно описивање искуства (стварности). У много већој мери то је организација искуства, па чак и конструкција модела стварности. Ово се убедљиво показује тиме што су категоријални апарати узастопних теорија о истом домену искуства у многим случајевима *несамерљиви.*

Могућност субдетерминације, као и сама промена категоријалних апарата, показује да је научна активност у великој мери *слободна.* Али не и потпуно слободна. Оно о чему се стално мора водити рачуна и што је главни циљ научног подухвата јесте захтев да теорије буду у *операционалном складу* са искуством, то јест да обезбеђују објашњење и предвиђање. Видећемо да је ово фактор који ће делимично ограничити *арбитрарност* и *априорност* категоријалног апарата.

[11] Јер су креирани од стране једног или групе субјеката (научника) – али не треба запоставити чињеницу да неке њихове нивое носимо чак и у нашој физиологији и да такви делови категоријалног апарата нису у горњем смислу конвенционални, нити субјективни у индивидуалном смислу.

[12] То јест, не могу никако бити преведени једни на друге, или усаглашени на неки други начин, па нису ни противуречни. Они просто организују искуство на радикално различите начине.

(1.4) Зашто и како се може говорити о кантовском обрту у филозофији науке?

Желим сада да само провизорно укажем на главне моменте за које мислим да потпуно оправдавају схватање да је у савременој филозофији науке дошло до неке врсте кантовског обрта, док ће у следећем одељку ова аргументација бити проширена и прецизирана.

(1) Из хипотетичко-дедуктивног приступа следи да се у научним истраживањима на основу одређених пробних хипотеза стално покушава *уредити* искуство. Другим речима хипотезе су те које се *намећу* искуству.

(2) Инсистира се на категоријалном апарату који *уређује* иначе делимично *аморфно* искуство.

(3) Основни ставови који конституишу категоријални апарат не потичу из искуства, већ су *a priori* у односу на искуство. Кант би такве ставове називао синтетичким *исказима a priori*, док савремени филозофи науке тврде да су они *конвенције.*

(4) Теоријски системи се не изводе из искуства нити могу бити одбачени искључиво на основу искуства. Нити теоријски интерпретираног искуства, а поготово не сировог.

(5) Категоријални апарат, парадигма, референтни оквир јесте оно што игра главну улогу приликом *организације* искуства, чак у тој мери да се говори о *конструкцији стварности*, при чему се мисли на модел стварности. У саму стварност немамо никакав, бар не *директан,* увид. Претпоставља се само да је искуство у одређеној вези са њим и да тако теорије морају бити у одређеном складу са њом.

(6) Коначно, од схватања да субјект сазнања пасивно описује искуство (или чак саму стварност) иде се на став да он организује искуство или *управо* конструише своју стварност – односно, свој модел стварности – који, јасно, није модел у смислу одсликавања.

Мислим да овом није више ништа потребно додати да би се увиделе неке важне паралеле са Кантовим схватањем.

2. Сличности и разлике између Кантовог становишта и савремених априористичких доктрина

Да бих ближе објаснио став о кантовском обрту у савременој филозофији науке најпре ћу укратко приказати Кантово становиште, а затим размотрити два карактеристична савремена

априористичка схватања, да бих на крају путем једног резимеа покушао да укажем на сличности и разлике између Кантовог потеза у *Критици чистог ума* и основних ставова нове филозофије науке. Прво од ових схватања биће *језички релативизам* Бенјамин Ли Ворфа[13], док ће друго бити релативистичко становиште Томаса Куна.

(2.1) Кантов коперникански обрт

Хјумова позната анализа узрочности, као и његово исто тако познато заснивање индукције на навици, што је уско повезано са овом анализом – био је разлог настанка Кантове такозване критичке филозофије, а посебно његовог трансценденталног идеализма. Хјумово резоновање је једноставно: Ако сво наше знање потиче из искуства, онда то важи и за каузалне исказе науке (за које је Хјум сматрао да су од најбитнијег значаја за науку). Међутим, будући да се узроци не могу опсервирати, онда ни каузални универзални искази не могу да се изводе из искуства, већ се према Хјуму могу оправдати само досадашњим сталним понављањем као и вером да ће се то *исто* догађати и у будућности. Хјумова анализа узрочности показује даље да се сви универзални синтетички судови (који су увек *a posteriori* у односу на искуство) не могу оправдати на други начин сем путем навике. Наравно да ово доводи емпиристичку позицију у крајње лош положај. А по многима и у безизлазан положај.

Иако је признавао добру аргументованост Хјумове анализе, за Канта су Хјумови закључци, у духу онога времена, били потпуно неприхватљиви. Добро упознат са њутновском физиком свога времена (која се великим делом заснивала на каузалности), затим са осталим природним наукама, као и математиком, Кант је сматрао да се ауторитет науке не може оспорити, а да је оправдавање *извесности, нужности* и *универзалности* ставова на којима се наука заснива *навиком* – равно оспоравању. Кант је делио општу убеђеност која је владала у то време да наука чији су садржај извесни, нужни и универзални ставови постоји и функци-

[13] Можда ће се неко чудити како је у ову дискусију ускочила једна теза која долази из лингвистике и културне антропологије, али она је веома илустративна и за схватање Кантовог гледишта, као и за становишта неких филозофа науке. Њен епистемолошки значај је велики, чак и за оне који је одбацују, а поготово за оне који је подржавају. Такође, известан је њен снажан утицај на неке филозофе науке, посебно на Куна и Фајерабенда.

онише. Заснивати тако једну моћну структуру на случајној, несигурној и ефемерној навици[14] уопште нема смисла. Такав емпиризам треба напустити, то јест, треба наћи бољи одговор на питање како наука функционише.

Зато питање које Кант поставља није *да ли је* наука заснована на истинитим, нужним и универзалним законима могућа, већ једноставно, *како* је таква наука могућа, како су могући *извесни*, *нужни* и *универзални* искази науке? Пошто ови искази, како је Хјум показао, не могу бити изведени из искустава, а са чиме се Кант слаже, они нису *a posteriori* у односу на искусво. Стога је основно Кантово питање: *Како су могући универзални синтетички искази* a priori*?*

И управо у овој тачки долази до такозваног коперниканског обрта. Већ на почетку *Критике чистог ума*[15] Кант се слаже са емпиристима да наше сазнање *започиње* са искуством. Али, каже он, из тога не следи да оно *потиче* из искуства. Његов извор је двоструk. Искуство је само садржај нашег (емпиријског) знања, док му форму дају наше интелектуалне моћи. Оне га обликују, и нешто што је хаотично и неразумљиво *уређују* у нешто разумљиво. Овај Кантов потез представља спектакуларну и оригиналну афирмацију једне сасвим нове и оригиналне врсте рационализма.

Само искуство никада не може да пружи ништа нужно и универзално, зато је погрешно целу науку (или извесно знање) свести на искуство. Са друге стране, оно што уређује наше искуство – форма – има карактер нужности и универзалности, али је зато *априорна*. Ради се о чистим формама, *чистим од искуства*.

Субјекат[16] је тај који одређује карактер знања, а не објект. То је суштина коперниканског обрта у схватању природе сазнања. Карактер ових чистих форми на основу којих организујемо искуство Кант испитује у прве две књиге *Критике чистог ума*. Главне од ових форми су форме осећајности или интуиције – као што су

[14] У ствари на *вери* да ће се у будућности ствари дешавати на исти начин као и у прошлости, на ничим недоказаном ставу о униформности *наводних* природних токова.

[15] Ову проблематику Кант широко разматра у познатим књигама *Критика чистог ума*, Београд: БИГЗ 1990. (Ориг. издање је из 1781. године, али је овај наш превод урађен према другом допуњеном и измењеном издању из 1787.). У овом делу је у потпуности развијен Кантов трансцедентални идеализам. Године 1783. Кант је написао нешто популарнији приказ ових идеја. Видети, *Prolegomena za svaku buduću metafiziku*, Zagreb: Matica Hrvatska, 1953.

[16] Али не субјект у индивидуалном смислу – већ општи субјект сазнања – људски разум.

простор и *време* – јер ништа искуствено не можемо ни замислити ако му нисмо наметнули просторно временске форме. Затим, субјект мора поседовати инструменте који ће синтетисати два одређена појма у једну пропозицију у којој су они повезани. Ове форме се првенствено тичу квалитета и квантитета исказа. И на крају, најважније од свих форми су категорије. У ствари ради се о општим појмовима који представљају чисте форме синтезе чулних података. Савременим језиком можемо рећи да се путем њих *сегментира*, *класификује*, *организује* и *уређује* сирово искуство у нешто разумљиво чиме можемо оперисати. Кант сматра да има дванаест оваквих категорија. На првом месту је категорија каузалитета.

Пошто је искуство *искључиви* садржај нашег знања, док га априорне форме уређују, ми никако не можемо знати како изгледа сама стварност. Не можемо ићи иза искуства. *Ствар по себи* је *несазнатљива*. *Ноуменални* свет који стоји иза *феноменалног* је несазнатљив. Кант сматра да о *ноуменалном* свету знамо само то да *на неки начин* производи феномене које перципирамо.

Према томе, као основне моменте Кантовог приступа могли бисмо издвојити следеће ставове:

(1) Наш разум поседује форме (обрасце) обликовања сировог и неразумљивог искуства у нешто што је разумљиво и делом представља знање.

(2) Ове форме су *a priori* у односу на искуство. У том смислу су оне *чисте* форме (чисте од искуства). Припадају *чистом* разуму.

(3) Ове форме су урођене и непромењиве. Оне су извор извесности, нужности и универзалности знања. Искуство ни у ком случају не може деловати на њих.

(4) Искуство у потпуности подлеже оваквој врсти обликовања. Сви наши покушаји да сазнамо *ноуменални* свет (стварност каква је она независно од нас, *ствар по себи*), укључујући и то да одговоримо на питање како су категорије настале, воде лошој метафизици.

(2.2) Ворфов језички релативизам

Кантов коперникански обрт је многим теоретичарима, посебно оним из света науке, често изгледао сувише фантастичним, вештачки исконструисаним и метафизичким по свом карактеру. Зато је јако занимљива чињеница да је он крајем прве половиме двадесетог века добио нешто што је изгледало као емпиријска

потврда *одређених* његових момената, то јест, *априорног* начина организовања искуства.

Бенџамин Ли Ворф је био лингвиста и антрополог. Испитивао је неке језике северноамеричких индијанаца који се *драстично* разликују од европских и азијских језика. У овом смислу се посебно истицао језик Хопи индијанаца. Структура овог језика је толико различита да се чак и не оперише именицама, глаголима, придевима и другим *деловима говора* карактеристичним за оно што Ворф назива *стандардним европским језиком.*[17] Времена која Хопи индијанци употребљавају радикално се разликују од наших, као уосталом и све друго. Ворф је дошао до закључка да ово има невероватне реперкусије по перцепцију, начин мишљења, понашање и слику света Хопи индијанаца – од различитог сегментирања спектра боја, па надаље, до монистичког погледа на свет за разлику од нашег традиционално дуалистичког.[18]

Ја ћу овде дати само један сумаран преглед Ворфових схватања:

(1) Семантичко-синтактички обрасци језика су арбитрарног карактера.

(2) Језик или, прецизније, језички систем, није само средство за изражавање мисли, односно за комуникацију, већ је управо онај фактор који путем својих образаца детерминише

(а) перцепцију

(б) начин мишљења

(ц) поглед на свет

(д) па чак и општу форму понашања у заједници која га усваја.

(3) Форме и уобичајени обрасци језика представљају принципе организације, то јест сегментације и класификације искуства, или, како Ворф схвата искуство, "калеидоскопског тока импресија" кроз који нам се свет представља.

(4) Свест о таквом карактеру језика обично не постоји.

[17] Ворф, уствари, узима европске језике као један језик и супротставља га Хопи језику (као и другим индијанским језицима), уз низ опаски да су и азијски језици врло слични стандардном европском језику.

[18] Ворфови радови пуни су примера како Хопи индијанци виде свет на други начин него ми. Сви Ворфови радови објављени су у зборнику: B. L. Whorf, *Language, Thought and Reality*, Cambridge Mas.: The M.I.T. Press, 1956. Наш превод у редакцији Ранка Бугарског, Б. Л. Ворф, *Језик, мисао и стварност,* Београд: БИГЗ, 1979. уствари је избор најважних радова из оригиналног зборника.

(5) Принципи анализе искуства који се налазе у језику објективизирају се и пројектују у свет и тако доживљавају као стварност, односно интегрални део ње.

(6) Свет каквим га видимо представља објекивизиране обрасце језика који говоримо.

Ворфов принцип језичке релативности:

"Сви посматрачи нису вођени истом физичком евиденцијом до исте слике света, ако њихове лингвистичке основе нису сличне, или не могу бити усаглашене на неки други начин".[19]

Или у другој формулацији:

"Они који употребљавају значајно различите граматике усмерени су помоћу својих граматика према различитим типовима посматрања."[20]

Овде се могу разликовати *принцип језичког детерминизма: „Виђење света зависи од језичког система који се употребљава"*, и *принцип језичког релативизма у ужем смислу: „Ако променимо језички систем, промениће се и наше виђење света".*

Мислим да овоме више ништа није потребно дадати, изузев напомене да поред изразитих сличности са неким моментима Кантовог становишта, овде постоје и исто тако изразите разлике које се очитују у релативизму.

Сада можемо да упоредимо Ворфово схватање са Кантовим ставовима о начину на који искуство бива организовано, датим на крају претходне секције:

(1) Језик је тај који пружа обрасце за организацију искуства, како из сировог у организовано и разумљиво искуство, тако и у знање. Језик представља један својеврсни категоријални апарат.

(2) Ови обрасци су априорни у односу на сирово искуство које Ворф карактерише као "калеидоскопски ток импресија".

(3) Ови обрасци су арбитрарни. Нису никако урођени и непромењливи. То је јасно из чињенице да постоје радикално различити језици. Међутим, у оквирима једног језика дати обрасци су прилично статични.

(4) Будући да је више или мање аморфно, искуство ће се у огромној мери повиновати овом обликовању.[21]

[19] Б. Л. Ворф, "Наука и лингвистика" у *Језик, мисао и стварност,* наведено издање, стр. 144.

[20] B. L. Whorf, "Linguistics as an exact Science" u *Language, Thought and Reality,* наведено издање, стр. 221.

[21] Кажем у огромној мери, зато јер Ворф ипак говори о томе да су неки језици успешнији за неке сврхе, а други, опет, за друге. Тако, према Ворфу, Хопи језик више одговара релативистичком погледу на свет, зато што Хопи граматика

(2.3) Кунов релативизам

Томас Кун је, на основу проучавања историје науке, али и својих теоријских увида, енергично инсистирао на томе да је развој научног знања редовно у одређеним интервалима прекидан епизодама у којима долази, између осталог, и до радикалне промене појмовног апарата, и самим тим начина организације искуства. Централни појам у његовој филозофији јесте управо појам *парадигме.* Овај појам обухвата и појам категоријалног апарата.[22]

Основне моменте Кунове концепције развоја науке могли би смо приказати на следећи начин:

(1) Било која развијена обухватна научна теорија увек полази од *парадигме*, која, као што смо констатовали, једним својим битним делом представља одређени категоријални апарат. Она даје модел стварности или, речено мало метафорично, она обликује *нашу* стварност.

(2) Са новом парадигмом започиње дуги период *нормалне науке.* Овај период одликује се сталним решавањем загонетки стриктно у оквиру парадигме, кумулативним карактером и уопште јако подсећа на слику науке коју су имали традиционални филозофи науке. Штавише, у прошлости, научници, у огромној већини, нису били свесни парадигме (или категоријалног апарата) као фактора који уређује искуство. Они су обично сматрали да су појмови којима оперишу одрази нечег што је природно и објективно, као и да су природне све деобе, класификације и сегментације које су употребљавали. Другим речима, они су онај *посебан* модел који парадигма пружа, узимали као стварност.

(3) Међутим, упоредо са тим периодом релативно рутинског истраживања, поље људског искуства се стално шири и редовно собом носи један број појава које се не уклапају у постојећу парадигму, које су неочекиване и необјашњиве за њу, које јој се противе – појаве које представљају *аномалије* за дату парадигму.

(4) Када се аномалије толико намноже да то почиње да смета *научној заједници,* долази до евидентне *кризе.* Тада почињу да се појављују сасвим нови покушаји објашњења аномалија (који су ван владајуће парадигме).

(5) И када један од таквих покушаја успе долази до *револуције.* Конструише се нова парадигма (нови модел стварности, нови категоријални апарат), односно, метафорички речено, нова стварност. Остаје још само то да се научна заједница прилагоди овој промени, то јест да, обично после извесног противљења, одбаци стару парадигму и усвоји нову.[23] Револуције су често[24] толико радикалне промене да су узастопне парадигме међусобно *несамерљиве.*[25]

Развој науке би се схематски сада могао представити овако:

Парадигма$_1$ ⇒ нормална наука$_1$ + даље ширење искуства + појава аномалија ⇒ криза – број аномалија је знатан + први покушаји алтернативних решења ⇒ револуција (нова парадигма – парадигма$_2$) ⇒ нормална наука$_2$ .....и ова схема се стално понавља.

Кунов релативизам се састоји у томе што се тврди да *ако променимо референтни систем (а с времена на време нужно га морамо мењати јер га нова искуства чине неадекватним), промениће се и наша концепција света – конструисаћемо другу стварност, односно други модел стварности.* Ту би смо могли да формулишемо и један принцип детерминизма који би одговарао Ворфовом принципу језичког детерминизма: *научна слика света одређена је парадигмом која се усваја.*

Када Кунове ставове упоредимо са, у претходна два одељка датим, Кантовим и Ворфовим релевантним ставовима (ставовима који се односе не исте ствари), сматрам да би смо добили следећу слику[26]:

диктира да догађај који није у видном пољу посматрача не може бити у садашњем времену. У том смислу Хопи индијанац би лако визуализовао ситуацију у којој различити инерцијални системи имају различита времена.

[22] Наравно, ово је само један део значења термина *парадигма.* У Кунов веома сложен појам парадигме овде нећу улазити. Међутим, треба да је јасно да парадигма једним својим *битним* делом и у једном свом *битном* смислу представља управо појмовни апарат.

[23] Иако је промена парадигме у истраживачко-психолошком смислу нагао потез, у социолошком није баш тако.

[24] Понекад и не долази до толико радикалне промене да су парадигме несамерљиве. На пример у коперниканској револуцији узастопне теорије су биле самерљиве, али међусобно противуречне.

[25] Категорије су толико различите да не могу да се преведу једна на другу, нити некако другачије доведу у везу. На пример, нерелативистичка маса је *особина* тела и *константна* је, док је релативистичка маса, у ствари, бинарна *релација* која повезује два инерцијална система и *променљива* је. Ни ове две категорије, као ни остале категорије у оквирима њутновског и релативистичког система не могу се усагласити.

[26] Наравно, ставове који ће бити наведени није баш директно формулисао Кун, као ни оне претходне Кант или Ворф, већ су изведени из многих Кунових разматрања.

(1) Парадигма пружа обрасце за организацију искуства, то јест за конструкцију чињеница и њихово даље уређење.

(2) Ови обрасци су *у великој мери* априорни. То јест, могуће је замислити читав низ различитих категоријалних апарата који постижу сврху адеквантног уређења искуства у једном тренутку; то показује даљи развој науке и касније парадигме. Али није могућ било какав категоријални апарат, увек постоји *императив* његовог операционалног усклађивања са датим искуством.

(3) Наравно, наше категорије су променљиве и у току развоја науке се често и мењају са променама парадигме (што је историјска чињеница коју је Кун осветлио), али Кун објашњава и *зашто* и *како* се мењају: (а) Зато што стари категоријални апарат временом постаје претесан да прими нова искуства. (б) И зато што он по својим особинама ипак мора бити такав да је способан да реши проблеме које постављају аномалије. Иако би се могао замислити већи број категоријалних апарата способних да реше дате проблеме на сасвим адекватан начин, ипак нису баш сви замисливи категоријални апарати једнако адекватни. И проблеми повратно утичу на концептуалне апарате.

(4) Искуство се никада баш у потпуности не уклапа у обрасце које му намеће парадигма. Таква је природа искуства. Оно није аморфно, бар не у великој мери. Док је парадигма нова, будући да је *калибрирана* на искуству које чланови научне заједнице познају – чини се да је у приличном складу са искуством. Предвиђања и објашњења су адекватна. Али како искуство наставља да се шири, долази до све већег несклада – и, наравно, на крају ће парадигма морати да се мења. У том смислу се не може ни рећи да је категоријални апарат *апсолутно* априоран и арбитраран – и то з*бог одређеног повратног ефекта који проблеми имају на категоријални апарат – због императива да научно знање мора да буде у што већем операционалном складу са нечим што је већ и у сировом искуству присутно.*

(2.4) Сличности и разлике између Кантовог становишта и основних ставова савремене филозофије науке

Наравно да има и сличности и разлика између Кантовог трансцеденталног идеализма и основних претпоставки савремене филозофије науке. Следећи коментари неких савремених филозофа науке, изабрани међу мноштвом сличних коментара, јасно говоре о томе.

У том смислу, поредећи кантовце и савремене филозофе науке рационалистичке оријентације, Имре Лакатош пише: "*Конзервативни активисти* сматрају да смо рођени са нашим основним очекивањима; помоћу њих ми претварамо свет у 'наш свет' и тада морамо заувек живети у тамници нашега света. Идеја да ми живимо и умиремо у тамници свог концептуалног апарата првенствено је развијена код Канта; песимистички кантовци мисле да је реални свет заувек несазнатљив због ове тамнице, док оптимистички кантовци мисле да је Бог створио наш концептуални апарат тако да одговара свету. Но, револуционарни активисти верују да концептуални апарат може да буде развијен и такође замењен новим, *бољим*; ми смо ти који стварамо своје 'тамнице', али такође можемо да их, критички, срушимо."[27]

Још много пре Лакатоша, опет упоређујући Кантово гледиште са савременим, Карл Попер каже: "Када је Кант рекао 'Наш ум не изводи своје законе из природе, већ своје законе намеће природи', он је био у праву. Али, није био у праву када је сматрао да су ови закони нужно истинити или да ми нужно успевамо да их наметнемо природи. Врло често, природа се сасвим успешно опире, приморавајући нас да одбацимо наше законе."[28]

У својој књизи *Језик и стварност*, Мајкл Девит и Ким Стерелни директно повезују Ворфа и савремене релативисте у филозофији науке са Кантовим утицајем и чак их називају *неокантовцима.* Они тврде следеће: "Многи савремени анти-реалисти комбинују кантовство са релативизмом. Кант није био релативист; појмови који се намећу [искуству] да би конституисали сазнати свет, заједнички су целом човечанству. Савремени анти-реалисти имају тенденцију да задрже Кантове идеје о стварима-по-себи и о наметању [априорних схема искуству], али да изоставе универзалност онога што се намеће. Уместо те универзалности, различити језици, теорије и погледи на свет намећу се да би креирали различите светове. Такво релативистичко кантовство је необично популарно".[29] Нешто касније, говорећи првенствено о Сапиру и Ворфу, али и о осталим релативистима, они код њих налазе две Кантове, како кажу, централне идеје: "Прво, идеју да је сазнати

---

[27] Imre Lakatos, "Falsification and the Methodology of Scientific Research Programmes", y: Imre Lakatos and Alan Mysgrave (eds.), *Criticism and the Growth of Knowledge*, Cambridge: Cambridge University Press, 1970., стр. 104.

[28] Karl R. Popper, *Conjectyres and Refytations*, London: Roytledge and Kegan Payl, 1963. str. 228.

[29] Michael Devitt & Kim Sterelny, *Language & Reality,* Oxford: Blackwell, 1987. стр. 200.

свет делимично креиран актом људског наметања, друго, идеју да постоји нешто, "природа", независно од нас и ван наше моћи сазнања".[30] Као на релативистичке кантовце они посебно указују на Томаса Куна и Пола Фајерабенда.

Исто тако, један од водећих реалиста у филозофији науке Ричард Бојд, неке савремене релативисте директно назива *неокантовцима*. Он посебно издваја Куна и Хенсона.[31]

Ја бих овде додао да одређени кантовски набој имају и она становишта које су у савременој филозофији науке креирали рационалистички и реалистички орјентисани филозофи науке. Јер и они, а не само релативисти, на један, као што ћемо видети, *услован* начин прихватају теоријску импрегнираност искуства, субдетерминацију, бар делимичну априорност и променљивост категоријалног апарата као и немогућност директног сазнања стварности (као, уосталом и све оне тачке за које сам рекао да карактеришу савремену филозофију науке). О овом условном начину биће речи у одељку (3.2).

Такође, овде бих направио једну кратку и у извесној мери схематску рекапитулацију основних сличности и разлика између Кантовог становишта и једног глобалног схватања које заступају савремени филозофи науке.

Основне сличности:

(1) Референтни оквир, парадигма, или како Кант каже категоријални апарат су *априорни,* мада, као што смо видели и како ћемо још детаљније видети, *не у потпуности.*

(2) Искуство је *неуређено* и изгледа у одређеној мери *аморфно* (да се обликовати на различите начине). Да ли је аморфно у неком суштинском смислу, или нам то тек тако изгледа, није сасвим јасно, као што ни појам аморфности није јасан.

(3) Путем референтног оквира ми *уређујемо* искуство и *конструишемо* наше сазнање.

(4) Реални свет није нам доступан. За Канта уопште, за савремене филозофе науке бар није директно. Наиме, релативисти у савременој филозофији науке сматрају да стварност ни у принципу не може бити *једнозначно описана*, па је у том смислу несазнатљива. Међутим, чак и савремени реалисти не сматрају да наука *данас* једнозначно описује стварност. Наука би могла једнозначно описивати стварност тек у некој хипотетичкој будућности,

[30] Ibid., стр. 202.

[31] Видети, Richard Boyd, "Scientific Realism" (Stanford Encyclopedia of Philosophy) Http: //plato.stanford.edy/entries/scientific-realism/, написано 2002.

јер се, по овим реалистима, категорије узастопних категоријалних апарата све више и више приближавају објективним.

Битне разлике:

(1) *Потпуна априорност насупрот делимичној априорности*

– За Канта је категоријални апарат[32] *у потпуности* априоран у односу на сирово искуство. У томе је и смисао *чистог* разума. Оно што добијамо као сирови матерјал путем чула је потпуно *неуређено* и *чини се* у великој мери аморфно тако да га наш категоријални апарат у потпуности уређује, најпре путем форми простора и времена у искуство, а затим уз помоћ категорија у знање.[33]

– За савремене филозофе науке искуство ни у ком случају није *потпуно* аморфно јер има врло извесно повратно дејство на категоријални апарат и не само да може да му се опире, већ му се по правилу опире. Ево како се то манифестује. Свесно или несвесно, теоретичари покушавају да креирају појмове који на најбољи начин уређују *расположиво* искуство – тако да искуство одређује који апарат је успешан, а који није. Међутим ни један апарат није успешан заувек. Искуство се стално шири. Тако један категоријални апарат који је у почетку успешно уређивао искуство може да постане неуспешан – и тада мора бити замењен. Било да можемо или не можемо сазнати карактеристике саме *стварности* (у смислу неког ближег описа) – а сигурно је да непосредним путем не можемо – јасно је да искуство на неки начин зависи од ње. У том смислу, нека *потпуна* априорност категоријалног апарата била би чиста илузија. Међутим, *категоријални апарат јесте у огромној мери априоран* – што показује субдетерминација. Може постојати читав низ различитих, а једнако успешних категоријалних апарата, али то никако не значи да су сви категоријални апарати једнако успешни, што се често импутира релативистима.

(2) *Непроменљивост категоријалног апарата насупрот његовој променљивости*

– Сем што је у потпуности априоран, категоријални апарат је за Канта непроменљив, природан и субјективан, али субјективан у једном посебном смислу. Он је непроменљив зато што је урођен, а и природан је управо у истом смислу (а никако не у

[32] Треба имати у виду да је термин *категоријални апарат* овде употребљен у једном савременијем смислу – у смислу који је шири од Кантовог. Наиме, изузев категорија, у њега би улазиле и просторно-временске схеме.

[33] Кант је сматрао да не само да се искуство прилагођава категоријама, већ да су и категорије прилагођене искуству, али никако у смислу да искуство може довести до промене категорија. Наиме, категорије су већ тако конструисане да могу уређивати искуство.

смислу одражавања стварности и природних особина и класификација из стварности). Субјективан је у једном ширем и, ако смем тако да кажем, делимично објективном смислу, њега нужно деле сви људски *субјекти* сазнања.

– Насупрот томе савремени филозофи науке су *показали* не само да је категоријални апарат подложан промени, већ и да се с времена на време радикално мења. У том смислу он никако није урођен и природан. Он је управо *конвенционалан*, јер се може мењати на различите начине зависно од потреба. Исто тако он је много субјективнији него што би то следило из Кантовог схватања.[34]

Међутим, *нешто дефинитивнији* одговор на питање да ли се може, или, боље рећи да ли *треба,* говорити о кантовском обрту у савременој филозофији науке дао бих тек пошто размотрим неке аргументе против таквог схватања.

3. Аргументи против говора о паралели између Канта и савремене филозофије науке

(3.1) Ајнштајнов приговор

Усвајајући углавном све методолошке чињенице које смо размотрили, Алберт Ајнштајн сматра да ипак није упутно повезивати релативистичку револуцију и методолошка резоновања која су довела до ње (и која су уграђена у њу) са Кантовим ставом. Он очигледно мисли да би такво повезивање могло довести до великих неразумевања, зато што су разлике много веће него сличности.

О овом Ајнштајн детаљније говори у свом *приказу* књиге Алфреда Елсбаха *Кант и Ајнштајн* који датира из 1924. године. Наиме, у овој књизи Елсбах је инсистирао на паралели између Кантовог схватања априорности еуклидске геометрије и априорних елемената на којима се заснива теорија релативности. У приказу о коме је реч, Ајнштајн, између осталог, објашњава битне разлике између Кантовог априоризма, односно априоризма неокантоваца и априоризма који је *наводно* афирмисала релативистичка револуција.

Ајнштајнова аргументација је једноставна: "Нека физичка теорија састоји се од делова (елемената) А, Б, Ц и Д који заједно

[34] Може бити везан само за једну групу субјеката, па чак и за појединца.

конституишу логичку целину која коректно повезује релевантне експерименте (чулна искуства). Тада ово има тенденцију да буде случај у коме агрегат који је мањи од сва ова четири елемента, на пример, А, Б, и Д *без* Ц, више ништа не каже о овим искуствима, баш као што то не би чинили ни А, Б и Ц *без* Д. У том случају смо слободни да сматрамо агрегат који се састоји од три од ова четири елемента, на пример А, Б и Ц као *a priori,* а само Д као *емпиријски условљено.* Међутим, оно што у свему овом остаје незадовољавајуће јесте то што је избор ових елемената који ће се означити као *a priori* увек арбитраран, чак и потпуно независно од чињенице да би ова теорија једног дана могла бити замењена другом у којој су неки од ових елемената (или можда сви) замењени другим."[35]

Мислим да је смисао дате аргументације у следећем. Ако узмемо да се нека теорија састоји од делова А, Б, Ц и Д – онда ови делови узети изоловано могу да се *чине* априорним – али, кад се боље погледа, *један од њих* – рецимо Д – увек служи да обезбеди операционални склад теорије са искуством – па и није баш (сасвим) априоран. Но, у том смислу ни остала три елемента не могу да се сматрају (сасвим) априорним, јер је њихов поредак конвенционалан и сваки од њих може да се узима као последњи, односно онај који обезбеђује операционални склад са искуством. Ајнштајн још више појачава овај аргумент тиме што ће рећи да у току будућег развоја физике – А, Б, Ц или Д, или више њих, или свако од њих – могу да буду замењени (под диктатом искуства).

Ајнштајн, управо у овом смислу, никада није сматрао да би одређење (избор) геометрије у оквирима једне обухватне физичке теорије могло да буде потпуно априорно. У свом добро познатом примеру који је дат у чланку "Геометрија и искуство" написаном по предавању из 1921. године, Ајнштајн негира да је могуће одредити реалну геометрију света.[36] Ми заиста, сматра он, бирамо геометрију коју ћемо употребити у конструкцији физичке теорије, али увек оперишемо паром *геометрија + адекватни физички закони,* те управо путем ових физичких закона обезбеђујемо *склад* целине теорије и искуства. Према томе, можемо да иза-

[35] Цитирано према, Don. A. Hovard, "Einstein's Philosophy of Science", (Stanford Encyclopedia of Philosophy), Http://plato.stanford.edy/entries/einstein.philscience/, писано 2004., стр. 8.

[36] Видети, A. Einstein, "Geometry and Experience", између многих зборника и у Feigel & Brodbeck (eds.), New York: Appleton Centyry Crofts, 1953., за дискусију која следи посебно стр. 190-192.

беремо еуклидску геометрију $Г_е$, али је морамо довести у склад са искуством путем *подесних* $Ф_1$ закона, чији избор тада више није априоран. Или, можемо да узмемо $Г_{не\text{-}е}$ (неку варијанту нееуклидске геометрије), али је тада *морамо* ускладити са искуством путем неке друге врсте физичких закона $Ф_2$. Дакле, увек оперишемо паровима ($Г_е$ & $Ф_1$) или ($Г_{не\text{-}е}$ & $Ф_2$) који су само у целини у операционалном складу са искуством.[37] Из овога се може видети да Ајнштајн сматра да априорност геометрије када се употребљава у физици никада није потпуна, поготово када се узме у обзир и то да је он приликом конципирања опште теорије релативности једноставно морао да изабере једну варијанту нееуклидске геометрије будући да би употреба еуклидске геометрије била толико компликована и рогобатна да не би могла ни да се изведе.

Из свега овог може се закључити да Ајнштајн сматра да *непотпуна* или чак *привидна* априорност са којом се сусрећемо у савременој филозофији науке (и која карактерише одређене елементе наших теорија) никако није исто што и кантовска потпуна априорност категоријалног апарата, те тако не оправдава повлачење паралеле између нове филозофије науке и Кантове трансцеденталне филозофије.[38]

За Ајнштајна постоје још бар два јака разлога да се не говори о паралелама између новије филозофије науке и Кантових епистемолошких схватања.

У првом реду то је Кантова убеђеност у *непроменљивост* и *фиксираност* појмова и категорија. Док је сам Ајнштајн, још много пре Куна, био потпуно свестан да се током развоја науке у одређеним тренуцима морају мењати значења основних теоријских термина – то јест, научни појмови и категорије.[39]

[37] Овде би било подесније говорити о мноштву парова G_e + F, или $G_{ne\text{-}e}$ + F_2, или $G_{ne\text{-}e2}$ + F_3 и тако даље.

[38] Дон А. Хоуард у већ цитираном чланку с потпуним правом указује да је Ајнштајн овде на трагу Дијемових схватања са којима се упознао још 1906. године. Дијем на исти овакав начин аргументише против конвенционалиста Ле Роја и Поенкареа. Видети, Дон. А. Хоуард, "Einstein's Philosophy of Science", наведени подаци, стр. 9.

[39] Ево шта о томе каже Ајнштајн: "Појмови који су се показали корисним у уређивању ствари лако над нама постижу такав ауторитет да заборављамо њихово земаљско порекло и прихватамо их као непроменљиве дате.... Због такве грешке је пут научног напретка често био запречен током дугог времена.... Из овог разлога никако није залудно наше упуштање у анализу појмова који су већ дуго у општој употреби...[На основу ове анализе]...они ће бити уклоњени...кориговани [или] замењени другим..." Albert Einstein, "Ernst Mach", *Physikalische Zeitschrift* 17 (1916)., 101-104. Цитирано према Don A. Howard, "Einstein's Philosophy of Science", наведено издање, стр. 2-3.

Затим, и у уској вези са овим првим, што је Ајнштајн увиђао да је Кант направио велику грешку када је постулирао синтетичке судове *a priori* – као ставове који су *валидни* пре искуства. По Ајнштајновом мишљењу Кант није уочио, нити је у оно време то могао, *конвенционални* карактер таквих априорних исказа на којима се заснива организација искуства, али који не потичу из искуства. Такви искази сигурно нису *нужни* и *истинити*.[40]

(3.2) Реалистички приговор

Ово није опис неког конкретног приговора већ је више једна конструкција која има за циљ да прикаже начин размишљања већине савремених реалистички настројених филозофа науке и покаже разлоге њиховог битног неслагања са сваким приступом који чак и подсећа на кантовски. У извесном смислу реч је само о једној скици.

Под притиском савремених методолошких сазнања реалисти данас признају постојање референтних оквира, њихову променљивост, њихов активан утицај на организацију искуства, признају и субдетерминацију теорија од стране искуства и све оне методолошке чињенице које сам набројао у секцији (4.1). Међутим, они ипак одбацују априоризам који из тога следи. Они га, у ствари, сматрају *небитним* и на одређен начин *привременим*.

Наиме, појмови и категорије, као и конвенције од којих се састоје категоријални апарати (парадигме, референтни оквири), стално постају све саобразнији и саобразнији стварности. Самим тим постају све мање и мање *a priori*. На неком хипотетичком крају науке они би постали сасвим саобразни стварности и више

[40] Ево два Ајнштајнова карактеристична става о томе: "Хјум је јасно уочио да извесни појмови, као на пример појам *каузалности*, не могу бити изведени из матерјалног искуства путем логичких метода. Кант, који је био потпуно убеђен у неизбежност одређених појмова узео је да су они... нужне премисе сваке врсте мишљења и разликовао их је од појмова емпиријског порекла. Међутим, ја сам уверен да је ово разликовање погрешно... сви појмови, чак и они који су блиски искуству, јесу са тачке гледишта логике слободно изабране конвенције, баш као што је и случај са појмом узрочности..." Payl Arthyr Schilpp (ed.), *Albert Einstein Philosopher-Scientist,* La Salle, Illinois: Open Coyrt, 1969. (Првобитно објављено 1949.), стр. 13. и "[Кант] је, међутим , био заведен погрешним схватањем – које је било тешко избећи у његово време – да је еуклидска геометрија нужна у мишљењу и да пружа *несумњиво* (то јест, независно од сензорног искуства) знање које се тиче објеката "спољне" перцепције. Из ове лако разумљиве грешке он је извео егзистенцију синтетичких судова *a priori* које производи сам разум и који, следствено томе, могу полагати право на апсолутну валидност." Ibid. стр. 679.

не би били *a priori*. Наравно, тај крај неће никад доћи, па би и априорност науке по реалистима била некако *трајно* привремена априорност. Ипак, сматрају они, такав *конвергентни* реализам показује њену суштинску реалистичност. Јер, ова, како сам је назвао *привремена априорност* резултат је несавршености референтних оквира и постепено се губи – како теоретичари своје оквире чине све *адекватним* и *адекватнијим*, а своје теорије све *истиноликијим* и *истиноликијим*.

Такво становиште је заиста у складу са једним *sensus communis* погледом на науку односно са популарном сликом науке – али такво гледиште пред собом има огромне проблеме, све оне које имају појмови *истине*, *описа* стварности, *коресподенције* са стварношћу и слични. А то су проблеми који не само да нису могли бити решени кроз дуги низ година, већ су се све више и више компликовали.

Но, ако оставимо по страни ову последњу примедбу, мислим да се види из којих су разлога реалисти супоротстављени Кантовском приступу. Али ипак, неки од њих налазе паралеле између својих ставова и кантовских идеја и признају их.[41]

4. Закључак

Као што сам већ више пута поновио, мислим да се може говорити о кантовском обрту у савременој филозофији науке зато што се у њеним оквирима, донекле слично Кантовом схватању природе сазнања, истиче *априорни карактер* категоријалног апарата и његова *активна* улога у *организацији* искуства и знања и *конструкцији* модела стварности који се у одређеном времену усваја. То је довољно и не значи да се ова априорност тврди у било ком апсолутном смислу или да тврди и баш све друго што је Кант заступао.

Међутим, сматрам да и они који не мисле тако – који сматрају да није у реду говорити о кантовском карактеру савремене филозофије науке – такође имају своје добре разлоге. Не може се дати неки дефинитиван одговор на ово питање, јер је у крајњој линији то само ствар укуса. И заиста, ако неко процени да би говор о кантовском обрту у савременој филозофији науке довео до тога да општа публика почне да мисли да се у оквирима ове филозофије заступа концепција неког апсолутно априорног и арбитрарног категоријалног апарата, па још и доктрина о непроменљивости категорија, онда је његов став нормалан и разумљив.

[41] Један од типичних реалиста у смислу противљења сваком кантовству био је Ричард Бојд. Са друге стране, Карл Попер, иако рационалиста и реалиста, налазио је паралеле између Кантовог становишта и савремене филозофије науке.

Литература

-Ayer, A. J. (ed.), *Logical Positivism*, New York: The Free Press, 1959.

-Boyd, R., "Scientific Realism" (Stanford Encyclopedia of Philosophy) - Http://plato.stanford.edu/entries/scientific-realism/, napisano 2002.

Devitt, M. & Sterelny, K., *Language & Reality,* Oxford: Blackwell, 1987

-Dijem, P., *Cilj i struktura fizičke teorije,* Novi Sad: Knjižarska radionica Zorana Stojanovića, 2003.

-Einstein, A., "Ernst Mach", *Physikalische Zeitschrift* 17 (1916).

-Einstein, A., "Geometry and Experience", између многих зборника и у Feigel & Brodbeck (eds.), New York: Appleton Century Crofts, 1953.

-Howard, D. A., "Einstein's Philosophy of Science", (Stanford Encyclopedia of Philosophy), Http://plato.stanford.edu/entries/einstein.philscience/, napisano 2004.

-Kant, I., *Kritika čistog uma*, Beograd: BIGZ 1990.

-Kant, I., *Prolegomena za svaku buduću metafiziku*, Zagreb: Matica Hrvatska, 1953.

-Kun, T., *Struktura naučnih revolucija,* Beograd, Nolit 1973.

-Lakatos, I., "Falsification and the Methodology of Scientific Research Programmes", у: Imre Lakatos and Alan Musgrave (eds.), *Criticism and the Growth of Knowledge*, Cambridge: Cambridge University Press, 1970.

-Njutn-Smit, V. H., *Racionalnost nauke,* Beograd: Institut za filozofiju Filozofskog fakulteta u Beogradu, 2002.

-Popper, K. R., *Conjectures and Refutations*, London: Routledge and Kegan Paul, 1963.

-Quine, W. N. O., "On Empirically Equivalent Systems of the World", *Erkenntnis,* 9 (1975).

-Reichenbach, H., *The Philosophy of Space and Time,* Dover, 1957.

-Schilpp, P. A., (ed.), *Albert Einstein Philosopher-Scientist,* La Salle, Illinois: Open Court, 1969.

-Whorf, B. L., *Language*, *Thought and Reality*, Cambridge Mas.: The M.I.T. Press, 1956.

УЛОГА ЕМПИРИЈСКИХ ЧИЊЕНИЦА У ПРОЦЕСУ ИЗГРАДЊЕ, ПРОВЕРЕ И ПРИХВАТАЊА ФИЗИЧКИХ ТЕОРИЈА

Стојан Обрадовић

Апстракт: *У раду је разматрана емпиријска компонента физичке теорије. Истражен је настанак и развој теорије физичког експеримента, структура и гносеолошке претпоставке мерења, принцип релативности у односу на средства мерења као и његово испољавање у специфичним експерименталним ситуацијама, повезаним са одређеним типовима прибора укључених у објективни систем односа. На примерима савремених физичких теорија показан је утицај експерименталних чињеница на њихово заснивање, развој, проверу и прихватање у структури научних система. Истражена је и улога случајних експерименталних чињеница у овом процесу.*

1. Увод

Емпиријску компоненту физичке теорије чине резултати посматрања и физичких експеримената. Оснивачем физичког експеримента, физичке механике и практичне механике, сматра се Архимед [1]. Значајан допринос настанку експерименталне науке дао је и Леонардо да Винчи (L. da Vinci) [2] својим начинима и методама огледног изучавања природе. *Experimentum* на латинском значи оглед, опит, покушај, проба; експерименталан, искуствен, огледни, основан на искуству, потврђен опитима [3]. До 17. века у физици су била позната само два метода: натурфилософски и математички. Експериментални метод у то време још није постојао.

Оригинални творци специјалних средстава истраживања и експерименталних метода су Галилеј (G. Galilei), Њутн (I. Newton) [4] и други. Они су увели експеримент у научно истраживање, као посебан подсистем, који чини сазнајни процес релативно самосталним и на гносеолошко-методолошком плану разрадили конкретне научне експерименте. На тај начин, су обезбедили изградњу знања, које поседује предвиђачке функције, у форми конкретне научне теорије. Она сада настаје конструкцијом, као подси-

стем мишљења научника, у коме физички експеримент има одређујућу функцију. Галилејев методолошки поступак у физици може бити представљен: *посматрање-аксиоми-дедукција-знање* или *посматрање-хипотеза-дедукција-знање* [5].

Такође, и у философији објекат сазнања су, не само теорије, већ и друге компоненте сазнајног процеса, посебно експеримент. Тако је Бекон (F. Bacon) [6] иступао против "незнања, сујеверја и догматског идеализма", указавши на одређујуће значење експеримента у развоју науке и покушао да разјасни услове исправних закључивања и генерализација из огледних посматрања. Бекон (F. Bacon) и представници емпиризма у целини, анализу експеримената су сводили на чулне податке. Тиме су успели да формулишу само нека правила извођења научног експеримента.

Дием (P. Duhem) [7] сматра да физичка теорија представља хипотетичко објашњење стварности, а експеримент се не састоји само у посматрању, него и у теоријском тумачењу. Експерименталним методом се не прелазе границе чулног света. Резултат физичког експеримента се изражава системом апстрактних симбола и ставова. Само теоријско тумачење појава у физици омогућава коришћење експеримента. Ајзлер (R. Eisler) [8] дефинише експеримент као изоловано, планирано посматрање под различитим вештачки створеним условима.

У педесетим годинама 20. века, експеримент постаје објекат систематичнијег философског истраживања са радовима о суштини експеримента и експерименталним методама. У тим радовима експеримент се дефинише као једна од форми "теоријског мишљења", као "део теорије", "оваплоћење теоријског конструкта с циљем његове провере" или као "вид делатности". Уједно, развој физичких теорија 20. века, омогућио је да се изнова размотре и неки општи гносеолошки проблеми процеса мерења. Тако се философској анализи подвргавају следећи важни аспекти тог проблема: специфичност објекта мерења и принципи његове квантификације; суштина мерења, његова структура и гносеолошке функције; људски фактор у процесу мерења; однос апсолутног и релативног, инваријантног и неинваријантног, случајног и нужног у резултатима мерења; функције мерења на емпиријском и теоријском нивоу научног истраживања; однос материјалних и идеализованих мерних операција; улога прибора у процесу сазнања; однос метода мерења са другим опште научним методама истраживања (анализе и синтезе, индукције и дедукције, генерализације, аналогије, моделовања, екстраполације, идеализације итд.) [9].

Свеобухватно разматрање гносеолошких проблема мерења условило је садржајније, синтетичко одређење суштине експеримента, као посебног метода сазнања. Бор (N. Bohr) [10] под експериментом подразумева јединствену процедуру, о којој ми можемо саопштити другима, шта смо урадили и шта сазнали. Ово мишљење прихватају многи методолози науке видевши у експерименту, један од "метода сазнања", специјални метод "емпиријских истраживања" или "метод сазнања, помоћу којег се у контролисаним и управљачким условима истражују појаве стварности". У теорији сазнања, према Лаланду (A. Lalande) [3], експеримент је једна врста вежбе интелектуалних снага путем које се обезбеђују поуздана знања која нису условљена само природом духа него и предметом сазнања.

Најопштија одредба разматра експеримент као једну "од форми материјалне-практичне делатности", као "вид праксе", као "реални процес праксе научног истраживања", "практично освајање стварности, репродукција појава у пракси човека у циљу њиховог научног сазнања".

Пахомов (Б. Я. Пахомов) [4], експеримент дефинише као "објективни процес активног деловања на истраживани објекат, произведен помоћу материјалних средстава у фиксираним условима за издвајање и регистрацију својстава објекта у циљу сазнања и практичног коришћења".

У спровођењу физичких експеримената појаве се одвијају у одређеним, контролисаним условима, који омогућавају откривање суштине истраживаних појава. Основна одлика експеримента је објективна анализа стварности.

2. Мерење као гносеолошки процес

Анализа структуре и гносеолошких функција мерења представља неопходну претпоставку открића његове суштине. У физичком експерименту процес мерења се остварује посредством мерних прибора, као подсистема средстава истраживања. Мерни процес умногоме детерминишу његова експериментална и теоријска база.

Експерименталну базу мерења чине прибори који поседују различиту осетљивост, одговарајућу тачност, поузданост, степен аутоматизације итд. Њихов избор се остварује у строгој сагласности са задацима експеримента.

Теоријску базу мерења чине философски, онтолошки и гносеолошки принципи или регулативни принципи мерења, затим математичке теорије мерења и специјалне теорије мерења. На схеми 1. дата је структура и гносеолошке претпоставке мерења.

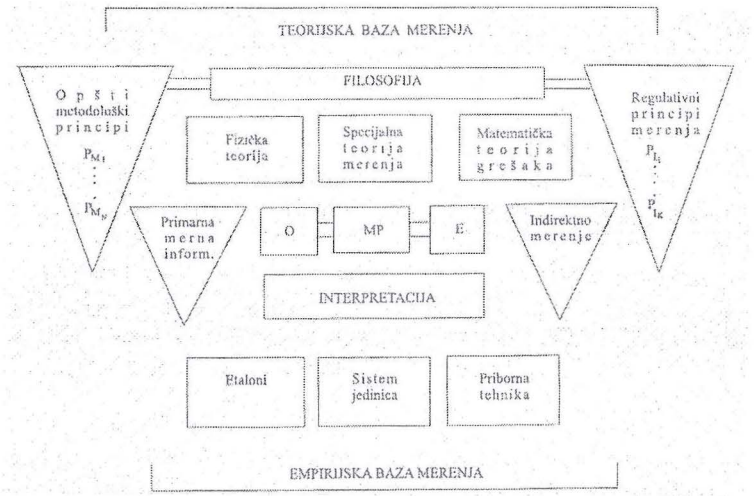


Схема 1. Структура и гносеолошке претпоставке мерења

У датој структури мерног процеса, важну компоненту представљају индиректно мерење и интерпретација резултата мерења. Њихова улога и значај расту у складу са развојем и усложњавањем научно-техничког знања и његове везе са емпиријском базом.

Поред информационе, стваралачке и верификационе важно је истаћи и комуникациону функцију мерења. Њен важан аспект представља унификација еталонских процеса примењеног система јединица, остварење јединства научног знања и појачавање узајамне везе међу различитим наукама.

Философска концепција мерења треба да се базира на таквом одређењу метода који узима у обзир његове објективне и субјективне аспекте. Развој философије и конкретних наука показује да су тумачења мерног процеса неретко добијала једнострани карактер због апсолутизације једног од ових аспеката. Тако су још у античкој Грчкој философи заступали тезу да је "човек-мера свих ствари", која је у субјективистичком тумачењу, у операционалистичким концепцијама мерења, доведена до апсурда у ставу: "Микросвет настаје и ишчезава у актима мерења".

Из одредбе мерног процеса било је покушаја елиминације субјективног фактора још у епохи Велике француске револуције приликом увођења метричког система мера. То се не може постићи јер субјективни фактор организује експеримент, бира еталонске процесе и јединице мерења, интерпретира резултате експеримента, чак и данас у условима широке примене електронских и компјутерских система.

Мерење је гносеолошки процес који се ослања на објективне законе природе и остварује се посредством прибора, на основу одређене теоријске концепције, у циљу добијања адекватних квантитативних карактеристика објеката и њиховог представљања у бројчаној форми.

Основне гносеолошке претпоставке мерења су:

1. анализа објекта у циљу издвајања дискретних елемената његове структуре,
2. изградња непрекидно-дискретног модела објекта или његових својстава, који носи у зависности од конкретних услова, емпиријски, полуемпиријски или теоријски карактер,
3. квантификација објекта истраживања тј. издвајање дискретних елемената, у структури објекта и његових својстава, и њихово означавање посредством неког система бројева, који задовољава одређене захтеве,
4. изградња модела квантитативних односа, својствених објекту и, на тој основи, изградња одређених скала, које су у низу случајева повезане са мерним прибором, и
5. упоређивање "мерљивих интензивности" са еталонским процесима на основу примене неких скала.

Процес мерења је регулисан скупом гносеолошких принципа. Они одређују независност закона природе од мерних процедура, мерљивост било којих конкретних процеса, затим јединство гносеолошких функција мерења, пробабилистички карактер и са њим повезану неодређеност резултата мерења, јединство апсолутног и релативног у мерењу, условљеност мерења његовом емпиријском и теоријском базом, контролисаност процеса мерења и принципијелну могућност успостављања стања, у логичком моделу, непертурбованих мерењем.

Мерни процес поседује сложену структуру са одговарајућим специфичним функцијама његових компонената. Објекат сазнања, укључен непосредно у сферу експерименталног истраживања, подвргава се дејству мерних прибора. Мерни прибор издваја функције материјалног система, делујући на специфичан начин

на објекат припремљен за издвајање његових квантитативних карактеристика. Експериментатор планира, непосредно реализује мерни процес и интерпретира његове резултате.

Из датих карактеристика основних компонената мерног процеса, следи да међу њима постоје одређене гносеолошке границе. У зависности од конкретних услова експеримента ове границе могу да се померају, њихова макроструктура и просторна локализација у низу случајева се значајно усложњава. Тако су представници позитивизма сматрали да се граница између субјекта, мерног прибора и објекта истраживања може произвољно померати, док Гутнер (L. M. Gutner) [9] сматра да је постојање разграничавајућих линија међу компонентама мерног процеса, апсолутно. У различитим областима физике наведене границе се повлаче на одговарајући, специфичан начин у складу са законима тих области истраживања.

3. Принцип релативности у односу на средства мерења

Међу гносеолошким принципима мерења посебну улогу има принцип релативности у односу на средства мерења, чије се методолошко значење у пуној мери испољило у процесу изградње теорије релативности и квантне теорије. У процесу мерења прибор се укључује у објективни систем односа са другим материјалним објектима, неповратно мењајући њихова стања. На тај начин се открива фундаментална противречност међу апсолутним и релативним, инваријантним и неинваријантним.

Основни аспекти релативности објекта у односу на прибор су релативност својстава и са њима повезаних параметара, релативност стања и њихових одговарајућих карактеристика, релативност кретања, структуре, просторно-временске локализације и супстанцијална релативност.

У анализи принципа релативности, у односу на средства мерења, неопходно је узети у обзир постојање, не само релативних, већ и апсолутних аспеката у структури мерења. Они се испољавају у постојању кинематичких инваријаната тј. величина, које не зависе од кинематичке интеракције мерног прибора и објекта, у постојању динамичких инваријаната, или величина, које не зависе од динамичке интеракције мерног прибора и објекта, у присутности универзалних константи и присутности инваријантних веза и односа међу величинама (закони измене и одржања).

У процесу мерења, при интеракцији са мерним прибором, не стварају се нова својства објекта, већ само испољавају његова присутна својства и "потенцијалне могућности". Заједно са неинваријантним, откривају се инваријантна својства и односи, који постоје независно од процеса мерења. Зато је принцип релативности у односу на средства мерења нераскидиво повезан са принципом инваријантности. Познавање инваријантних односа дозвољава, у гносеолошком смислу, контролу процеса мерења и ствара принципијелну могућност успостављања непертурбованих стања мерењем. Јединство инваријантности и неинваријантности, у процесу мерења, специфично је испољавање атрибутивног карактера јединства апсолутног и релативног.

Принцип релативности у односу на средства мерења, подразумева да се својства објеката не стварају његовом интеракцијом са мерним прибором, већ само испољавају у таквој интеракцији. Инваријантни односи, испољени у процесу мерења, могу бити екстраполирани на широку класу интеракција, које постоје до процеса мерења и независно од њега.

Принцип релативности у односу на средства мерења различито се испољава у специфичним експерименталним ситуацијама, повезаним са одређеним типовима прибора укључених у објективни систем односа. У крајњој линији могуће је издвојити четири типа релација и то:

1. односи који се испољавају при интеракцији у систему макроприбор-макрообјекат. Мерни прибор и објекат припадају једном те истом структурном нивоу материје и потчињени су једним те истим законима кретања. У датом случају, структура релативности, у односу на средства мерења, релативно је једноставна. Динамичко деловање прибора на објекат могуће је или занемарити или узети у обзир увођењем поправке на такво деловање. Релативно кретање прибора и објекта карактерише се Галилеј-Њутновим трансформацијама.

2. односи који се испољавају при прелазу у релативистичку област, када се узајамно кретање макроприбора и макрообјекта врши брзинама блиским брзини светлости. Такво кретање укључује мерни прибор у систем односа специјалне теорије релативности.

3. односи који настају у процесу узајамног нерелативистичког кретања микрообјекта и макрооприбора, и њихове динамичке интеракције. Конкретан облик таласне функције, која карактерише стање микрообјекта, одређује се њиховом природом и

особеностима макро ситуације, створене у припремљеном делу прибора. Та функција задовољава Шредингерову (E. Schrödinger) једначину. На тај начин, у припремљеном делу прибора стварају се услови за настанак квантно-таласног процеса одређеног типа и специфичног спектра "потенцијалних могућности". У процесу регистрације остварује се редукција тог спектра. Због квантно-корпускуларних својстава микрообјекта реализује се једна од "потенцијалних могућности". Таласна функција се при томе подвргава неравномерној измени, у скоковима или прекидима. Ново стање микрообјекта се описује новом таласном функцијом. Деловање макроприбора на микрообјекат добија суштински и неповратни (иреверзибилни) карактер [11].

4. односи који настају у процесу узајамног релативистичког кретања микрообјекта и макрооприбора и њихове динамичке интеракције. Код овог типа односа долази до усложњавања структуре релативности у односу на средства мерења. Тако сложенију структуру добија релативност кретања и просторно-временска локализација, релативност структуре и постојања микрочестица. Особености њиховог претварања и измене броја у процесу мерења, могуће је предвидети само законима вероватноће.

Принцип релативности у односу на средства мерења има општи методолошки значај и припада групи важнијих методолошких принципа савремене физике. Пораст значења принципа релативности у односу на средства мерења, у савременој физици, означава прелаз од приближних ка тачнијим и финијим методама истраживања. Конкретизација принципа релативности у односу на средства мерења, у одговарајућим физичким теоријама, доводи до одређеног програма интерпретације експерименталних чињеница.

4. Однос емпиријских чињеница и физичких теорија

Физичка теорија настаје из скупа експерименталних и теоријских чињеница које се не могу уклопити у постојеће теоријске системе. Обично се на почетку или улазу физичке теорије налазе одређене експерименталне чињенице и подаци. Негативан резултат Мајкелсон-Морлијевог експеримента довео је до изградње специјалне теорије релативности. Дифракција електрона, коју су извршили Девисон (C. J. Davison) и Џермер (L. H. Germer) 1927. године и независно од њих Томсон (G. P. Thomson), била је недвосмислена потврда исправности де Бројеве релације. Та експериментална чињеница, поред осталог, условила је настанак квантне нерелативистичке механике, односно, таласне механике. Иако не постоји јединствено становиште, изразом чињеница се обично означава релативно истинит исказ о неком стварном стању ствари или само то стање ствари, док се изразом податак означава неки исказ (не неопходно истинит) као и неки знак природног и вештачког језика о (не нужно стварном) стању ствари.

У свакој физичкој теорији се налазе узајамно усклађени подаци једне врсте, у односу на физичке системе одређеног типа и у одређеним стањима. Развој теорије доводи до непрекидне смене емпиријских и теоријских нивоа сазнања. Теоријски нивои доводе до прогноза нових експерименталних чињеница. Експерименти, који се врше на емпиријском нивоу, ослањају се на одређене теоријске претпоставке, које их у извесном смислу и детерминишу. То Ајнштајнова (A. Einstein) општа теорија релативности и квантна космологија веома сликовито показују. Из опште теорије релативности следиле су три нове и неочекиване последице:

- промена положаја перихела Меркура, која делом настаје због чињенице да сама планета ствара одређену пертурбацију у кривини простор-времена;

- скретање светлости далеких звезда, у односу на првобитни правац простирања, при проласку у близини Сунца. До Ајнштајна (A. Einstein) [12] је било познато да светлост скреће у гравитационом пољу због тога што фотони имају масу. По прорачунима скретање светлости која пролази на крају сунчевог диска треба да буде 0.87". Међутим, у складу са својом теоријом, Ајнштајн (A. Einstein) [12] је израчунао отклон од 1.75", тј. двоструко већи. То су посматрања, која је вршио Едингтон (A. Eddington), за време сунчевог помрачења 1919. године и потврдила. Наиме, он је упоређивао положаје звезда на фотографијама, које је снимио у периоду од 5. месеци до сунчевог помрачења (када су звезде на ноћном небу биле далеко од Сунца) и фотографије снимљене за време сунчевог помрачења. Закључио је да се величина отклона поклапа са Ајнштајновим (A. Еинстеин) предвиђањима;

- промена фреквенције зрачења атома, који се налазе у различитим областима гравитационог поља Сунца, у односу на фреквенције зрачења које емитују ти исти атоми на Земљи. Наведена промена фреквенције зрачења запажа се лако у спектру. На Земљи се зрачење атома који се налазе у близини Сунца детектује померено ка црвеном делу спектра (ка нижим фреквенцијама).

Експериментални докази последица проистеклих из опште теорије релативности били су доказ њене исправности. Једначине опште теорије релативности предвиђале су стационарну Васиону. Међутим, руски математичар Фридман (Фриедманн) [13] публиковао је 1922. године динамичку варијанту Ајнштајнових једначина опште теорије релативности. Добијена решења једначина описивала су васиону која се мења са временом, односно, васиону која се шири или сакупља. Процес ширења васионе, удаљавања галаксија, доказао је амерички астроном Хабл (E. Hubble) [13] 1929. године помоћу астрофизичких посматрања. Мерење «црвеног помака» извора зрачења (звезда и галаксија) који се удаљавају потврдило је ширење васионе. Након тога поставило се питање да ли ће се ширење васионе зауставити? Уколико је васиона хомогена и изотропна и брзина светлости коначна и константна, тада су могућа три модела васионе тј. затворени, равански и отворени (хиперболички) модел. Ако је средња густина масе у васиони $\overline{\rho} \rangle \rho_c$, ($\rho_c = 5 \cdot 10^{-27} \frac{kg}{m^3}$), гравитационе силе ће успорити и зауставити удаљавање галаксија. Галаксије ће почети да се приближавају и сва маса поново ће се сакупити у сингуларитет. Потом може настати и ново ширење. Дати затворени модел назива се модел пулсирајуће васионе. Ако је $\overline{\rho} = \rho_c$, васиона ће се зауставити и прећи у стационарно стање. За $\overline{\rho} \langle \rho_c$ гравитационе силе неће моћи да зауставе удаљавање галаксија. Из посматрања масе која се види добија се да је $\overline{\rho} \langle \rho_c$. Такође, најновија експериментална истраживања показују да се галаксије све брже међусобно удаљавају и да ће то довести у будућности до распада свих небеских тела до нивоа кваркова.

Уколико се физичка теорија обогаћује одговарајућим посебним претпоставкама она је способна да, у неограниченом броју, ствара нове могуће податке или предвиђања. Предвиђачка способност теорије уједно обезбеђује и могућност њеног емпиријског потврђивања. Организација структуре физичке теорија мора бити таква да се из података на улазу може добити нови скуп могућих података на излазу. Подаци на улазу и излазу биће у сагласности уколико су извођења правилна. У том процесу се не могу очекивати суштински дубљи подаци од онога што се претпоставља законима теорије. За све физичке теорије може се дати општа схема {Теорија, подаци}→ предвиђања, која може бити

феноменолошка, стохастичка, нестохастичка. Скуп података у наведеној схеми је коначан, док је скуп предвиђања потенцијално бесконачан.

Резултати емпиријских истраживања увек се добијају у светлу неке теорије, као и помоћу различитих инструменталистичких теорија. На емпиријском нивоу, добијене експерименталне чињенице и подаци могу да стимулишу стварање нове физичке теорије, уколико се не уклапају у оквире ни једне од постојећих независних физичких теорија. Могу и да стимулишу даљи развој физичке теорије. Наиме, увођење експерименталних чињеница и података у теорију може доприносити добијању специфичних објашњења или предвиђања.

Улога експерименталних чињеница састоји се и у могућности проверавања физичке теорије. Процес утврђивања истинитости или лажности хипотезе или физичке теорије уско је повезан са њеном разрадом и развојем. Провера хипотезе (теорије) и њена разрада представљају јединствен процес. Разрадом хипотезе (теорије) врши се њена провера и провером, истовремено, хипотеза (теорија) се разрађује.

Међутим, између разраде и провере научне хипотезе (теорије) постоји и одређена разлика. Разрадом хипотезе (теорије) врши се њено ширење у систем знања и откривају идеје садржане у њој, док се провером установљава истинитост или лажност тог система знања.

Важно логичко-сазнајно средство развијања хипотезе (теорије) у хипотетичко-дедуктивни систем је развој основне претпоставке хипотезе (теорије) и извођење из ње максималног могућег броја последица. Што је шири круг последица изведених из основне претпоставке хипотезе (теорије), то је сама хипотеза (теорија) информативно потпунија и шире се открива њен објекат. Одређену групу последица изведених из хипотезе (теорије) могуће је директно проверити експериментом. Међутим, при разради хипотезе (теорије) и њеном ширењу у систем знања, настају и последице које се не могу непосредно проверити експериментом, већ то могу само последице тих последица. Између хипотезе (теорије) и емпиријски потврђене последице често се налази читав низ међупоследица. Последице, изведене из хипотезе (теорије) при њеној разради, могу бити исто толико теоријске и апстрактне као и сама хипотеза (теорија). При томе је важно да се из тих последица потом изведу оне последице које се могу емпиријски потврдити или оповргнути.

Разрада хипотезе (теорије) не може се вршити изоловано од других система знања у датој области науке и других граничних области. Сазнајна вредност последица проистеклих из хипотезе произлази из могућности повезивања хипотезе (теорије) са другим поузданим или хипотетичким теоријским знањима. Што се више хипотеза (теорија), у процесу своје разраде, дотиче и саглашава са већ потврђеним теоријама и последице проистекле из ње потврђују експериментима, тиме је већи степен њене вероватноће и дата област ближа дедуктивном систему. Откриће места додира и путева саглашавања дате хипотезе (теорије) са другим системима знања, посебно са поузданим и провереним теоријама, представља један од важних задатака процеса разраде хипотезе (теорије). Процена значајности искуственог, експерименталног сведочанства, за проверавање хипотезе (теорије), мора узети у обзир садржај хипотезе (теорије) и сведочанства, њихов логички однос, однос према претходном знању коришћеном у конструкцији хипотезе (теорије) и њеној разради, као и садржај других супарничких хипотеза (теорија). Сматра се да нема потврђивања хипотезе (теорије) искуственим сведочанством, уколико се истовремено не побија супарничка хипотеза (теорија). Такве ставове посебно је заступао Гринбаум (A. Grunbaum) [14].

Извођење последица из скупова A, B, C, које се могу непосредно проверавати експериментом, може се показати могућим у принципу на различитој удаљености од хипотезе (теорије) X. То се може илустровати као на схеми 2.

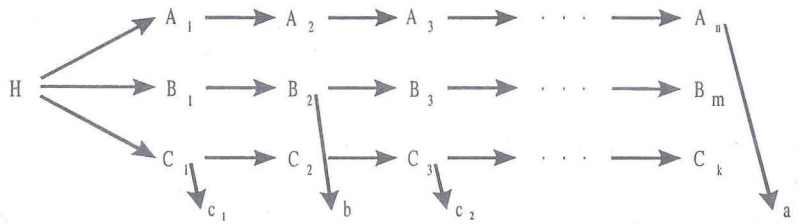


Схема 2. Извођење последица а, б, c_1, c_2, које се могу непосредно проверавати експериментом, на различитој удаљености од X.

Из схеме 2. не следи неопходност одбацивања B_3 до B_m и C_4 до C_k, јер се постојање c_1 и b може показати као недовољно за потврђивање поузданости хипотезе (теорије). Такође, последице од B_3 до B_m и C_4 до C_k могу доприносити повезивању хипотезе

(теорије) са другим системима знања. Тиме се уједно основна идеја хипотезе (теорије) потпуније теоријски разоткрива.

При експерименталној провери хипотеза (теорија) посебно је важно да искуствено сведочанство буде ново. У философији и методологији науке постоје најмање три различита значења израза "ново искуствено сведочанство" у проверавању хипотеза (теорија).

Масгрејв (A. Musgrave) [15] разликује три схватања новине искуственог сведочанства: строго временско, хеуристичко и теоријско. Кембел (R. Campbell) и Винци (T. Vinci) разликују само епистемичко и хеуристичко схватање новине искуственог сведочанства [16] .

Неки чињенички исказ e је временски ново сведочанство за хипотезу (теорију) H ако и само ако је чињеница која се исказом e тврди, науци била непозната (није била садржана у претходном знању b), у времену t када је хипотеза (теорија) H постављена. Ствар је просуђивања у ком временском тренутку t је неки чињенички исказ укључен у садржај претходног знања.

Под епистемички новим искуственим сведочанством за хипотезу (теорију) H , подразумева се чињенички исказ e имплициран том хипотезом (теоријом), чија је вероватноћа, при лажном H и с обзиром на претходно знање b , мала.

Значај епистемичке новине искуственог сведочанства може се видети из Бејсове (Bayes) [17] теореме, која гласи:

$$P(H|e\,\&\,b)=P(H|b)\frac{P(e|H\,\&\,b)}{P(e|b)}$$

где је:

– $P(H|b)$- претходна вероватноћа хипотезе (теорије) H с обзиром на претходно знање, пре добијања искуственог сведочанства e;

– $P(e|H\,\&\,b)$- вероватноћа добијања сведочанства e с обзиром на истинитост H и претходно знање b;

– $P(e|b)$- вероватноћа сведочанства e с обзиром на претходно знање b;

– $P(H|e\&b)$- накнадна вероватноћа хипотезе (теорије) H, (после емпиријског проверавања), с обзиром на искуствено сведочанство e добијено емпиријским проверавањем и претходно знање b.

Бејсова (Бауес) [17] теорема показује да позитиван исход експеримента пружа већу искуствену потпору хипотези (теорији) H ако је веће $P(e|H\&b)$ а мање $P(e|b)$. Искуствено сведочанство, са већим степеном епистемичке новине за одређену хипотезу (теорију) H, боље подржава ту хипотезу (теорију) него сведочанство са мањим степеном епистемичке новине. Из тога не следи да је епистемички ново сведочанство нужан и/или довољан услов потврђивања.

Хеуристичко схватање новине искуственог сведочанства развио је Захар (I. Zahar) [18], а даљем развоју допринео Гарднер (M. Gardner) [19] и други. Према овом схватању, неко искуствено сведочанство e сматра се новим ако и само ако није имало никакву улогу у постављању хипотезе (теорије), нити је хипотеза (теорија) постављена да би објаснила e, нити је e коришћено у конструисању хипотезе (теорије) И. Захар (I. Zahar) [18] је сматрао да временска новина искуственог сведочанства e за хипотезу (теорију) H није нужан, али је довољан услов хеуристичке новине тог сведочанства e за хипотезу (теорију) H. Такође, овим схватањем новине искуственог сведочанства, допушта се могућност да се "старе", већ познате емпиријске чињенице сматрају значајним за проверавање и потврђивање хипотеза (теорија). За оцењивање хипотеза (теорија) значајне су, поред до тада непознатих, и већ познате емпиријске чињенице ако их та хипотеза (теорија) (у коњункцији са помоћним исказима) објашњава. Временска новина искуственог сведочанства e за хипотезу (теорију) H није довољан услов хеуристичке новине тог сведочанства за исту хипотезу (теорију).

Теоријско схватање новине искуственог сведочанства зачео је Лакатош (I. Lakatos) [17], а потпунији развој остварио Масгрејв (A. Musgrave) [15]. Оно полази од идеје да се искуственим

сведочанством врши избор између супарничких теорија или супарничких истраживачких програма. У његовој основи се налази питање: Да ли, или када, искуствено сведочанство e више подржава теорију T_1 него теорију T_2? Према теоријском схватању новине искуственог сведочанства под претходним знањем за неку нову теорију T подразумева се њена најбоља расположива супарничка теорија у датој области. Нека нова теорија T добија потпору у "новом" искуственом сведочанству ако и само ако те чињенице нису импликоване најбољом супарничком теоријом за теорију T. Нека теорија T_1 предвиђа "нове" чињенице ако и само ако те чињенице не предвиђа њена најбоља супарничка теорија T_2. Према овом схватању, ако искуствено сведочанство e импликовано теоријом T_1 противречи супарничкој теорији T_2, тада оно представља круцијални основ за одлуку о избору једне од њих.

Иако су схватању теоријске новине искуственог сведочанства упућиване озбиљне примедбе оно се мора узети у обзир при оцени значаја искуственог сведочанства за проверавање и прихватање хипотеза (теорија).

Неслагање теоријских предвиђања и експерименталних резултата условљава истовремено оцену истинитости тих предвиђања. Уколико физичка теорија предвиђа још непознате ефекте и помаже пројектовање експерименталних апаратура, тада она служи као водич у трагању за одговарајућим чињеницама и подацима.

Физичке теорије не могу бити изведене из експерименталних чињеница, не могу бити интерпретиране у емпиријским терминима (на пример, у терминима мерења дужина и времена), већ у објективним физичким терминима, позивањем на физичке системе. Због тога у структури система аксиома, аксиоматско-дедуктивног модела физичке теорије, нема аксиома који непосредно повезују физичко значење аксиоматских тврђења са експериментом. Сваки добро изграђен систем аксиома физичке теорије садржи формалне (математичке) аксиоме, семантичке (смислене) аксиоме и физичке аксиоме, који чине језгро сваке физичке теорије [20].

Некада и случајне експерименталне чињенице могу бити веома корисне. То посебно потврђује откриће природне радиоактивности 1896. године. Случајне експерименталне чињенице, као и случајни подаци, понекад могу водити и у заблуде.

Експерименталне чињенице могу допринети, не само провери теорије, већ и њеном прихватању. У почетној фази свога развоја, одређене научне хипотезе (теорије) бивају прихваћене са инструменталистичког становишта, да би касније, правим процесом убеђивања, дошло до прихватања и са реалистичких позиција [21]. На пример, такав је случај атомистичке теорије, која се дуго развијала од непроверљиве метафизичке теорије у научну теорију подложну теоријској критици и емпиријском проверавању [22]. Научни реализам укључује реалност теорија и реалност ентитета. У методологији науке данас је углавном општеприхваћено мишљење да ниједна научна хипотеза или теорија не може бити у потпуности проверена или потврђена. Одлуком да се одређена хипотеза (теорија) прихвати, између две или више конкурентских хипотеза (теорија), доноси се један вредносни суд. Основне вредности, повезане са експерименталним чињеницама, које су од утицаја у научном истраживању, при избору, замени и прихватању одређених научних хипотеза или теорија, су следеће:

1. Издржавање већег броја озбиљних провера усмерених на оповргавање хипотезе (теорије). Дати критеријум је посебно заступао Попер (K. Popper) [23];
2. Већа могућност антиципирања нових чињеница;
3. Већа логичка плодност, тј., могућност извођења већег броја различитих последица;
4. Већа могућност операционализације.

У процесу убеђивања, за прихватање одређене научне хипотезе или теорије, веома је значајно одолевање проверама усмереним на оповргавање хипотезе (теорије), посебно одолевање проверама нових и неочекиваних последица дедукованих из хипотезе (теорије). Уколико се такве последице покажу погрешним, тада оне представљају круцијално сведочанство против хипотезе, односно, теорије.

У реалној примени крутог Поперовог фалсификационизма или "догматског фалсификационизма", како га назива Лакатош (I. Lakatos) [21], неопходно га је заменити једним префињенијим становиштем са ублаженим основним методолошким правилом. Наиме, потребно је у процесу усвајања хипотеза (теорија) опредељивати се за оне хипотезе (теорије) које су издржале што оштрија и озбиљнија емпиријска проверавања, али и критичким поступком не одбацивати хипотезу (теорију) без проверавања свих околности и претпоставки посматрачког извештаја, који је у супротности са хипотезом (теоријом).

Већа објашњавалачка моћ хипотезе подразумева способност решавања већег броја проблема и повезивање до тада различитих и неповезаних делова знања или области истраживања. То води већој општости хипотезе или теорије, већој могућности антиципирања нових чињеница, тј., објашњавању и оних појава које стара теорија није могла да објасни.

Датим критеријумом бавио се и Хјуел (W. Whewell) [24]. Његова аргументација, у прилог прихватања одређене хипотезе (теорије) је позната под именом "саглашавање индукција". То подразумева следећа могућа три случаја:

– када је хипотеза (теорија) у стању да објасни две или више познатих али различитих класа чињеница (или закона) које су до тада захтевале одвојене и на изглед независне објашњавалачке хипотезе (теорије);
– када прихватање нове хипотезе (теорије) дозвољава антиципирање појава које су биле непознате или неразматране у тренутку стварања хипотезе (теорије), а које могу бити и сасвим другачије и потпуно неочекиване у односу на до тада познате;
– када нова хипотеза (теорија) може успешно да предвиди или објасни јављање таквих појава, за које се не очекује да се могу догодити, на основу претходног искуства. Дати услов омогућује најуверљивију и најстрожу проверу хипотезе или теорије.

"Саглашавањем индукција" се остварује сједињавање две или више генерализација у једну свеобухватну теорију, до којих се претходно дошло путем два или више процеса индукције. Сједињавање на изглед хетерогених појава или закона, које се може извести из једне исте хипотезе (теорије), не може бити резултат стицаја околности. Зато "саглашавање индукција" представља најубедљивију проверу и један од најјачих разлога који потврђује тачност одређене хипотезе (теорије).

У процесу даље разраде критеријума за избор праве хипотезе (теорије) Херман (G. Herman) [21], претходну врсту аргументације, назива "закључивање на најбоље објашњење", док Тагард (P. Thagard) [25] прелази на разраду појма "бољег објашњења". У његовој анализи се трага за критеријумима на основу којих је одређена хипотеза (теорија) боље објашњење одговарајућег емпиријског сведочанства од конкурентских хипотеза (теорија). Теорија је сагласна када објашњава чињенице различитих врста или објашњава законе у различитим подручјима. "Сагласна" теорија објашњава чињенице које су узете из више од једног подручја. На пример, квантна механика је пружила довољно разлога да буде

изабрана као тренутно најбоље објашњење одређеног скупа чињеница и различитих до тада неповезаних појава, као што су спектралне фреквенције атома, појаве магнетизма, чврстог стања материје, фотоелектричног ефекта, Комптоновог (Compton) ефекта итд.

5. Закључак

Мерни процес детерминишу његова експериментална и теоријска база. Резултати емпиријских истраживања увек се добијају у светлу неке теорије. Они могу да стимулишу стварање нове физичке теорије или да омогуће даљи развој теорије. Физичке теорије не могу бити изведене из експерименталних чињеница и не могу бити интерпретиране у емпиријским терминима. Емпиријски резултати омогућавају проверу теорије, њену потврду и прихватање. Резултати емпиријских истраживања имају посебан значај уколико представљају "ново искуствено сведочанство", односно, уколико представљају строго временско, хеуристичко, теоријско или епистемички ново искуствено сведочанство. Некада и случајне експерименталне чињенице могу бити корисне за настанак нових физичких теорија. Уколико предвиђају непознате ефекте и помажу пројектовање експерименталних апаратура, физичке теорије тада служе као водич у трагању за новим експерименталним чињеницама и подацима.

Литература

1. Н. А. Любимов, *История физики: Опыт изучения логики открытий в их истории*, СПб., I, II, III; 1892-1896.
2. М. А. Гуковский, *Механика Леонардо да Винчи*, Москва-Ленинград, 1947.
3. Р. Ђорђевић, *Епистемологија физичког експеримента, у књизи Филосификија и наука*, Јефимија, Београд, 1994.
4. В. В. Быков, *Научный эксперимент*, Наука, Москва, 1989.
5. M. Pera, *The Role and Value of Retoric in Science, in Persuadiing Science*, ed. M. Pera, W. R. Shea, Canton, Mass., 1991.
6. А. Л. Субботин, *Фрэнсис Бэкон и принципы его философии*, Москва, 1971.
7. P. Duhem, *The Aim and Structure of Physical Theory*, Princeton, New Jersey, 1954.

8. R. Eisler, *Wörterbuch der Philosophischen Begriffe, historisch-quellenmssig bearbeitet von Rudolf Eisler, vierte auflage, erster Band*, Berlin, 1927.
9. Л. М. Гутнер, *Философские аспекты измерения в современной физике*, Издательство Ленинградского университета, Ленинград, 1978.
10. Н. Бор, *Атомная физика и человеческое познание*, Москва, 1961.
11. А. Ф. Зотов, *Структура научного мышления*, Москва, 1973.
12. A. Einstein, & L. Infeld, *The Evolution of Physics*, University Press, Cambridge, (1961) 221-222 & 235-240.
13. P. V. Grujic, *Serb. Astron. J.* No.**165** (2002) 45-65.
14. A. Grunbaum, *Poper vs. Inductivism; in Progress and Rationality in Science*, G. Randitzky and G. Anderson (eds): Dordrecht: D. Reidel, (1978) 117-142.
15. A. Musgrave, *Logical vs. Historical Theories of Confirmation*, The British Journal for the Philosophy of Science, **35** (1974) 1-23.
16. R. Campbell, T. Vinci, *Novel Confirmation*, The British Journal for the Philosophy of Science, **34** (1983) 315-341.
17. Ж. Ристић, *О истраживању, методу и знању*, Институт за педагошка истраживања, Београд, 1995.
18. I. Zahar, *Why did Einstein's Programme Supersede Lorentz's?*, The British Journal for the Philosophy of Science, **24** (1973) 95-123.
19. M. Gardner, *Predicting Novel Facts*, The British Journal for the Philosophy of Science, **33** (1982) 1-15.
20. S. Obradovic, *Eur. J. Phys.* **23** (2002) 269-275.
21. С. Новаковић, *Хипотезе и сазнање (Улога хипотезе у расту научног сазнања)*, Нолит, Београд, 1984.
22. M. Gardner, *Realism and Instrumantalism in 19th Century Atomism*, Philosophy of Science, Vol. 46. No. 1 (1979) 1-32.
23. K. R. Popper, *The Open Society and its Enemies*, Vol. II, London, Routledge & Kegan Paul, 1962 (1945) 380.
24. W. Whewell, *The Philosophy of the Inductive Sciences*, Vol. II, London, (1847) 67-68.
25. P. Thagard, *The Best Explanation: Criteria for Theory Choice*, The Journal of Philosophy, Vol. LXXV, No. 2 (1978) 81 & 85.

О АУТОРИМА

Иван В. Аничин

Рођен је 1944. године у Бору, Србија. По дипломирању на Одсеку за физику ПМФ у Београду 1967. године запошљава се у Институту за нуклеарне науке "Борис Кидрич", Винча, као истраживач у области нуклеарне физике. Докторску дисертацију из нуклеарне спектроскопије на ПМФ у Београду брани 1973. године. Од 1997. године у звању редовног професора на Физичком факултету Универзитета у Београду држи наставу на Катедри за физику честица и језгра. На Центру за Мултидисциплинарне студије БУ почев од 1998. године држи наставу из историје физике. Блиско сарађује са колегама са Департмана за физику ПМФ у Новом Саду и из Инстутута за физику у Београду. Библиографија његових радова садржи преко стопедесет наслова из области нуклеарне спектроскопије, студија маловероватних процеса, физике неутрина и физике космичког зрачења, као и уџбеничке литературе за све нивое образовања.

Вујичић А. Вељко

Студирао је на Природно-математичком факултету Београдског универзитета, чији су професори, поред осталих, били: Билимовић А., Миланковић М., Вороњец Д. Дипломирао је 1957., магистрирао 1959, докторирао 1961. Стажирао је 1959/60 на Московском државном универзитету код чувених професора Гуревића Н. и Румјанцева В. Први свој научни рад објављен му је у часопису ПММ Руске академије наука. Од тада објавио је преко 200 радова у научним часописима, међу којима су 4 сасвим оргиналне монографије: Коваријантна диника, Dynamic of rheonomic systems, Некоторие задачи механики неавтономних систем, (коаутор А. Мартињук), Препринципи механике (и на енглеском Preprinciple of mecanics).

Учествовао је са саопштењима својих прилога на многим светским, страним и домаћим научним скуповима. Ове текуће 2009. године објављено је име Вујичић В. (Србија) у оквиру Међународног научно-организационог комитета International Sientific conference on mechanics - Polyakov reading (Saint Petersburg), као и првог копредседника Секције „Динамика космического полета" и аутора рада „Inverse problem of three body".

Као професор универзитета предавао је предмете: Динамика објеката променљиве масе, Аналитичка механика, Теорија осцилација, Теорија поља, Тензорски рачун; Статика, Техничка механика. Аутор је два универзитетска уџеника, а два је превео са руског. Био је ментор 18 магистарских и 8 докторских дисертација. Члан је више научних друштава и три академије.

Александар Бакша

Рођен 1937. године у Загребу. Дипломирао на Природно-математичком факултету у Београду, на групи за механику 1962. године. По дипломирању радио као професор математике у Хемијско – технолошкој техничкој школи у Београду. За асистента на групи за механику Природно-математичког факултета у Београду изабран 1970. године. Магистрирао са темом "О оптималној стабилизацији нехолономних система" 1974. године. Докторску дисертацију " Стабилност нехолономних система" одбранио 1976. године. За доцента изабран 1976., у звање ванредног професора 1982. а у звање редовног професора 1989. године. Држао предавања из Теорије механизама, Рационалне механике, Стабилности кретања, Теорије оптималног управљања и неколико курсева на последипломским студијама. У једном мандату био управник Института за механику Природно–математичког факултета.

Објављени радови су из области аналитичке механике, стабилности кретања и оптимизације. Аутор је уџбеника за средњу техничку школу, универзитетски уџбеник Теорија механизама и коаутор монографије Стабилност кретања.

Петар Грујић

Теоријски физичар, професор Физичког факултета у Београду и научни саветник у Институту за физику, Земун (у пензији). Дипломирао ја на Природно-математичком факултету универзитета у Београду, а докторирао на Лондонском универзитету, 1972. код Мајка Ситона. Главна област истраживања му је атомска физика. Бави се историјом и епистемологијом природних наука. Оснивач је и руководилац семинара *Историја и епистемологија природних наука*, који се од 1995. оржава у Институту за физику, Земун. Вршилац је дужности руководиоца пројекта под истим насловом код Министарства за науку и заштиту животне средине, Србија. Рецензент је за више међународних и домаћих научних часописа из области атомске физике и философије и историје науке. Био је руководилац домаћих и међународних научних пројеката.

Љиљана Добросављевић-Грујић

Теоријски физичар, професор Физичког факултета у Београду и научни саветник у Институту за физику, Земун (у пензији). Дипломирала ја на Природно-математичком факултету универзитета у Београду, а докторирала 1971. на Париском универзитету, код Пјер Жила де Жена. Главна област истраживања јој је физика кондензованог стања материје, док се последњих година бави и историјом науке, са нагласком на доприносу жена науци. Рецензент је за више међународних часописа из области физике кондезоване материје. Била је руководилац научних пројеката код Министарства за науку, Србија.

Бранко Драговић

Рођен је 1945. године у месту Сонковић поред Шибеника.

На ПМФ у Београду је дипломирао физику, магистрирао и одбранио докторску дисертацију. Стално је запослен у Институту за физику у Београду: био је директор Центра за теоријску физику, а научни саветник је од 1994. Руководио је пројектима из теоријске и математичке физике, као и моделирања генетског кода.

Дао је значајан допринос развоју теоријске и математичке физике у Србији, а познат је у свету као један од оснивача и главних истраживача p-адичне математичке физике. Има преко 130 радова у међународним часописима и зборницима радова са конференција, који су цитирани преко 760 пута. Заменик је главног уредника међународног часописа "p-Adic Numbers, Ultrametric Analysis and Applications". Био је уредник или коуредник 16 књига, те главни организатор или коорганизатор 27 научних скупова. Рецензент је у 20 међународних часописа. Боравио је преко 70 пута у научним установама за физику и математику у свету – нарочито у Математичком институту Стеклов (Москва), Обједињеном институту за нуклеарна истраживања (Дубна, Русија) и Интернационалном центру за теоријску физику (Трст). Учествовао је на око 100 међународних научних скупова - углавном по позиву организатора. Два пута је добио награду Института за физику за научни рад. Поводом 60-ог рођендана један зборник радова из p-адичне математичке физике (публиковао American Institute of Physics, AIP Conference Proceedings 826, New York, 2006) посвећен је њему. Одржао је многа предавања по позиву у земљи и иностранству. Био је научни руководилац 3 докторске дисертације, 5 магистарских теза и више дипломских радова. Предавао је више предмета из физике (Физика елементарних честица, Класична електродинамика, Квантна теорија поља, Математичка физика, Астрофизика, Гравитација и космологија) на универзитетима у Београду, При-штини, Нишу и Бањалуци.

Владимир Драговић

Рођен 1967. у Београду. Запослен од 1988. у Математичком институту САНУ, од 2004. научни саветник. Дипломирао Математику 1987. године као студент генерације Природно-математичког факултета у Београду. Након аспирантуре на Катедри за вишу геометрију и топологију академика С. П. Новикова на Московском државном универзитету, под руководством професора Б. А. Дубровина, одбранио докторску дисертацију „R-матрице и алгебарске криве" на Математичком факултету у Београду 1992. Добитник Награде Савеза друштава математичара Србије и Црне Горе за највећи научни допринос математичара млађег од 40 година у периоду 2001--2004. Од 2004. до 2008. године директор Математичке гимназије у Београду. Члан Комисије за Математику и механику Министарства за науке 2001—2007, и члан Матичног научног одбора за Математику, механику и рачунарске науке од 2010. Руководилац националних научних пројеката од 2001, и учесник и ко-руководилац више међународних (европских) научних пројеката. Руководио израдом три одбрањене докторске и четири магистарске тезе на Математичком факултету у Београду.

Оснивач и руководилац семинара Математички методи механике Математичког института САНУ од 1993. Председник Организационог одбора међународних конференција "Geometry, Dynamics, Integrable Systems" ГДИС 08, ГДИС 2010, ГДИС 2011. Држао предавања по позиву на неколико десетина водећих светских универзитета и међународних конференција.

Мирослав Ивановић

Ради у Институту за криминолошка и социолошка истраживања као стручни саветник. Области делатности филозофија науке, општа методологија наука, социологија, посебно социологија криминала. Објавио више радова и књиге *Идеологија у доба велике прекретнице,* Београд 2008, *Религиозност и криминалитет*, Београд 2008, те приредио књиге *Епистемолошки проблеми у науци*, Београд 2004. с професором Петром Грујићем, и *Религија између истине и друштвене улоге*, Београд 2009. с академиком Владетом Јеротићем. Превео више књига из филозофије и науке на српски језик.

Синиша Р. Игњатовић

Ванредни је професор на Природно-математичком факултету Универзитета у Бања Луци, на којем ради од 2002. године. Рођен је 1963. године у Бања Луци. Дипломирао је на Одсјеку за физику Природно-математичког факултета Универзитета у Сарајеву 1988. године, гдје је радио као асистент до 1991. године. Докторирао је на Универзитету у Синсинатију (САД) 1997. године из физике елементарних честица. Осим ове области, бави се и кос-

могонијом Сунчевог система, углавном са историјског аспекта. Објавио је 4 рада у међународним часописима из физике, десетак радова у зборницима са конференција и један универзитетски уџбеник.

Александар Липковски

Рођен 1955. у Цариграду (Турска). После школовања у Москви, Прагу и Београду, завршио је 1975. године Природно-математички факултет у Београду, одсек математика. На том факултету је и магистрирао (1978) и докторирао под руководством Ђ. Курепе и В. Перића (1985). После дипломирања, радио на Ваздухопловно-техничком институту у Жаркову као асистент-истраживач. Од 1979. до данас ради на Математичком факултету Универзитета у Београду, где је прошао сва звања од асистента-приправника до редовног професора. Био је продекан и декан Математичког факултета, проректор Универзитета у Београду, члан Националног просветног савета, помоћник министра просвете. Председник је Управног одбора Друштва математичара Србије. Учествовао је на више од 50 скупова и објавио више од 20 радова у земљи и иностранству, као и универзитетски уџбеник "Линеарна алгебра и аналитичка геометрија" (3 издања).

Стојан Обрадовић

Рођен је 11. 05. 1960. године у Вучитрну. Гимназију је завршио у Прокупљу, а Филозофски факултет, група за физику у Нишу. На Филозофском факултету у Нишу одбранио је магистарску тезу под називом «Узајамна повезаност физике и математике». На Физичком факултету у Београду одбранио је докторску дисертацију под називом «Основни проблеми у савременој епистемологији физике». Од 1984. године живи у Прокупљу. Радио је као професор физике у Гимназији у Прокупљу и на Вишој пољопривредној школи у Прокупљу. Сада је запослен у звању професора Високе школе за васпитаче струковних студија у Алексинцу. Поред стручних и научних радова С. Обрадовић је објавио и монографију «Савремена епистемологија физике» (у издању Задужбине Андрејевић у Београду 2004. године), као и рад у заједничкој књизи «Епистемолошки проблеми у науци» (у издању Института за социолошка и криминолошка истраживања у Београду, штампане 2004. године).

Светозар Синђелић

Дипломирао је филозофију на Филозофском факултету у Београду, где је и магистрирао и докторирао. Теме дипломског, магистарског и докторског рада биле су из филозофије науке. Предаје *Филозофију науке* и друге сродне филозофске предмате на Филозофском факултету у Београду и Филозофском факултету у Нишу, као и *Увод у филозофију* на Математичком факултету у Београду. Ангажован је и на мултидисциплинарном докторском курсу Универзитету у Београду. Уз већи број чланака који се баве филозофијом науке, објавио је и две књиге из ове области: *Кумултативност и револуција у науци* (Београд: Филозофско друштво Србије, 1997.) и *Релативност научне рационалности* (Београд: Институт за филозофију Филозофског факултета, 2005.). Био је на специјализацијама у САД и Великој Британији. Учествовао је на више пројеката унутар Института за филозофију Филозофског факултета у Београду са радовима који су се тицали филозофије науке.

Зоран Стокић

Професор на Машинском факултету у Београду на Катедри за механику. Области којима се бави: физика, историја и епистемологија наука. Поред већег броја радова објављених у научним часописима, објавио је и три монографије:

- *Rast znanja, I. Njutn, Ž. L. LagranŽ, V. R. Hamilton*, Beograd, 1991, друго издање1993.
- *Newton versus Einstein*, Beograd, 1994.
- *Njutn–Dijemova epistemologija*, Beograd 1998.

САДРЖАЈ

Бранко Драговић и Мирослав Ивановић
ПРЕДГОВОР..... 5

Петар Грујић
АНТИЧКА МАТЕМАТИКА И ФИЗИЧКА РЕАЛНОСТ..... 11

Александар Липковски
КАРДИНАЛИ, ОРДИНАЛИ И ОБРАЗОВНА ПАРАДИГМА..... 25

Александар Бакша и Владимир Драговић
300 ГОДИНА ОД РОЂЕЊА ЛЕОНАРДА ОЈЛЕРА..... 37

Зоран Стокић
ГАЛИЛЕЈЕВА РЕТОРИКА..... 57

Вељко Вујичић
ДЕЈСТВО СИЛЕ ПО ОЈЛЕРУ..... 77

Синиша Игњатовић
ЕКСПОНЕНЦИЈАЛНИ ОБЛИК ТИЦИЈУС-БОДЕОВОГ ЗАКОНА..... 87

Иван Аничин
ВЕРОВАТНОЋА У РАНОЈ КВАНТНОЈ ФИЗИЦИ..... 117

Љиљана Добросављевић-Грујић
МИЛЕВА МАРИЋ-АЈНШТАЈН..... 133

Светозар Синђелић
КАНТОВСКИ ОБРТ У САВРЕМЕНОЈ ФИЛОЗОФИЈИ НАУКЕ..... 143

Стојан Обрадовић
УЛОГА ЕМПИРИЈСКИХ ЧИЊЕНИЦА У ПРОЦЕСУ ИЗГРАДЊЕ,
ПРОВЕРЕ И ПРИХВАТАЊА ФИЗИЧКИХ ТЕОРИЈА..... 169

О ауторима..... 189

CIP – Каталогизација у публикацији

Народна библиотека Србије, Београд

50 (082)

1: 001 (082)

ПРИЛОЗИ историји и епистемологији науке /

Уредници Бранко Драговић, Мирослав Ивановић. – Београд: Институт за криминолошка и социолошка истраживања, 2010. (Београд; Пешић и синови). – 196 стр.: илустр.; 20 цм. Тираж 500. – Стр. 5-10: Предговорр / Бранко Драговић, Мирослав Ивановић. – О ауторима: стр. 189-195. – Библиографија уз сваки рад. – Abstracts.

ISBN 978-86-83287-46-8

а) Природне науке – Зборници

б) Филозофија науке - Зборници

COBISS.SR-ID 180889100